
ESTUDIOS ECONÓMICOS

de El Colegio de México

26 de enero de 2015

A quien corresponda:

Por la presente se hace constar que **el artículo** de Daniel Velázquez Orihuela: *El efecto del gasto público en el ciclo económico: una visión alternativa* **fue aceptado para su publicación**. Este aparecerá en el número enero-junio de 2015 de *Estudios Económicos*.

Si más por el momento me despido de usted con un cordial saludo.

Atentamente,



Dr. Horacio Sobarzo
Director

EL EFECTO DEL GASTO PÚBLICO EN EL CICLO ECONÓMICO: UNA VISIÓN ALTERNATIVA*

Daniel Velázquez Orihuela

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Resumen: Se propone un modelo de equilibrio general para analizar cómo un incremento en el consumo del gobierno, financiado con deuda, modifica los precios y las asignaciones. Se muestra que el gasto público es no neutral y que en el periodo que se ejerce incrementa los niveles de empleo y producción. No obstante, en los periodos subsecuentes la economía se situará en una senda de crecimiento (decrecimiento), si el gasto público generó más (menos) recursos que los que requiere para financiarse.

Abstract: In this paper, we built a general equilibrium model in order to analyze how the prices and allocations are changed by the government consumption which is financed with debt. It is shown the period in with the government spending the employment and output increase. However, in subsequent periods will put the economy on a path of growth (decline), if government spending generated more (less) resources than required to finance.

Clasificación JEL/JEL Classification: E12, E32, E62

Palabras clave/keywords: demanda efectiva, fluctuaciones económicas, desempleo, política fiscal, multiplicador keynesiano, effective demand, economic fluctuations, unemployment, fiscal policy, keynesian multiplier

Fecha de recepción: 24 VII 2013

Fecha de aceptación: 18 IX 2014

* Agradezco las observaciones de Netzahualcoyotl Castañeda, Fernando Noriega, Eduardo Rodríguez, Mayra Vega Campa y mis dictaminadores anónimos. Asimismo, tengo una deuda de gratitud con los compañeros de la mesa de economía y finanzas de la red temática CONACyT, danielvelazquez@yahoo.com.mx.

Estudios Económicos, vol. 30, núm. 1, enero-junio 2015, páginas 00-00

1. Introducción

Actualmente las economías europeas y la norteamericana se encuentran sumidas en una crisis económica que amenaza con desbordarse a todos los rincones del planeta. Esta crisis es también una crisis de la teoría económica dominante, en la cual se sustentan las recomendaciones de política económica que han seguido dichas economías. Este momento histórico obliga a cuestionar la capacidad explicativa de la teoría neoclásica, ya sea para expandir dicha capacidad o para proponer teorías alternativas que ofrezcan nuevas explicaciones sobre las grandes patologías económicas y novedosos criterios de política económica para corregirlas.

La nueva síntesis neoclásica (NSN) es el marco analítico base sobre el que la teoría neoclásica ofrece recomendaciones de política económica (Woodford, 2009). Este nuevo paradigma se caracteriza por construirse en esquemas analíticos de equilibrio general dinámico, con rigideces en precios y monopolios, es decir, aceptan que el estudio de la macroeconomía debe de realizarse en esquemas de ciclo real, pero en escenarios de competencia imperfecta y rigideces en precios.

En la NSN se enfatiza el papel de la política monetaria para corregir problemas de insuficiencia de demanda. No obstante, se menosprecia la capacidad del gasto público para resolver ese tipo de problemas (Arestis y Sawyer, 2003; Fontana, 2009). De acuerdo con Blanchard, Dell’Ariccia y Mauro (2010) entre las razones más importantes por las cuales se menospreció el estudio del gasto público es que en los modelos de equilibrio general dinámico se ha cuestionado fuertemente al multiplicador keynesiano, con base en el efecto *crowding out* y el teorema de equivalencia ricardiana

Arestis y Sawyer (2003) argumentan que no hay suficientes elementos, ni empíricos ni teóricos, para sostener que la política fiscal es incapaz de resolver eficientemente problemas de insuficiencia de demanda efectiva. Por lo que invitan a revalorar el papel de la política fiscal dentro de la NSN o a ofrecer esquemas analíticos alternos a ésta, en donde la política fiscal no juegue un papel secundario.

A raíz de dichas críticas, pero sobre todo en respuesta a la actual crisis económica, el estudio del gasto público ha regresado al centro del debate. En Eggertsson (2009) y Woodford (2011) se establece que el tamaño del multiplicador del gasto público en la NSN depende de la política monetaria, muestra que si la política monetaria mantiene fija la tasa real de interés entonces el multiplicador del gasto será igual a la unidad; cuando la autoridad monetaria reduce la tasa de interés entonces el multiplicador será mayor que la unidad. Una política monetaria que sigue la regla de Taylor genera un multiplicador mayor

que el de precios flexibles, pero menor que cuando se mantiene la tasa de interés fija.

Regularmente existen dos características en la forma en la que en la NSN se aborda el gasto público: 1) los cambios en los niveles de empleo se deben al efecto riqueza, aun en presencia de rigideces en precios, monopolios y una política monetaria activa (véase Linnemann y Shabert 2003). Es decir, las variaciones en los niveles de empleo se deben a que la política fiscal afecta la riqueza de los consumidores, ante lo cual ellos modifican su oferta de trabajo. Por lo que, de manera análoga a los modelos de ciclo real, es la oferta de trabajo la que determina el nivel de empleo. Lo anterior implica que el empleo es voluntario, 2) el tamaño del multiplicador del gasto depende de cómo responda la política monetaria.

Con respecto a la primera característica de dichos modelos Hahn y Solow (1995) argumentan que la teoría macroeconómica actual tiene en su núcleo un modelo (el modelo de ciclo real) que ha hecho que las grandes patologías económicas (como el desempleo masivo, la inflación y la recesión) sean fenómenos inmenables. Por lo anterior, Hahn y Solow invitan a replantear la teoría macroeconómica para que en ella vuelva a ser plausible el estudio de las grandes patologías económicas.

En este artículo no se pretende ofrecer una explicación completa sobre el funcionamiento de las economías de mercado, ni sobre las patologías económicas que les son propias, pero sí aportar elementos que permitan revalorar el papel de política fiscal. Para ello se propone un modelo de equilibrio general dinámico que, a diferencia de la NSN, no tenga en su núcleo el modelo de ciclo real.

El modelo de equilibrio general que aquí se propone se desarrolla dentro del marco analítico de la “teoría de la inexistencia del mercado de trabajo” (TIMT), misma que fue inicialmente propuesta por Noriega (1994, 2001, 2006). De manera análoga a la NSN los agentes son racionales y los modelos son de equilibrio general, pero a diferencia de ese marco analítico, en TIMT se asume que los productores maximizan la tasa de ganancia de la empresa, en lugar de la masa de beneficios. El principal resultado de la TIMT es que el equilibrio general competitivo es compatible tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario, por lo que el desempleo es un fenómeno inherente al correcto funcionamiento de los mercados. El resultado abre la puerta para analizar cómo la política económica debe regular los mercados para corregir las patologías económicas propias de estos. Por ello, dicho marco analítico es adecuado para atender las recomendaciones propuestas en Arestis y Sawyer (2003) y Hahn y Solow (1995).

El artículo se dividió en seis secciones, después de la introducción se postulan las condiciones iniciales del modelo y se obtienen los planes de compra y venta de las empresas y familias, en la tercera sección se estudia el equilibrio general en el estado estacionario, se muestra que éste es compatible tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario. En la siguiente sección se analiza el efecto que tiene un incremento del gasto público, que es financiado con deuda, en la producción y el empleo. Se muestra que el gasto público es no neutral y que en el periodo que se ejerce incrementa los niveles de empleo y producción, por lo que la equivalencia ricardiana no se verifica. El cambio en el nivel de empleo no se explica por el efecto riqueza, el empleo varía para garantizar que las empresas ajusten su producción a lo que el mercado les demanda. La trayectoria que siga la economía en los períodos subsecuentes al incremento inicial en el gasto público dependerá de si éste generó o no suficientes recursos para financiarse, tema que se analiza en el siguiente apartado. La quinta sección se divide en tres: en la primera se argumenta que si el gasto público genera exactamente los recursos que requiere para financiarse, la economía se situará entonces en un nuevo estado estacionario caracterizado por mayores niveles de empleo y producción. Esto ocurre porque el mayor gasto público no afecta la inversión. En la segunda subsección se muestra que si el mayor gasto público genera más recursos que los que requiere para financiarse, entonces la economía entrará en una senda de crecimiento sostenido. La razón de ello es que el mayor gasto público tiene un efecto atracción sobre la inversión. En este escenario también se estudia la posibilidad de crecer pese a que la oferta de trabajo no lo haga. En la última subsección se demuestra que si el incremento en el gasto público no generó los recursos necesarios para financiarse, la economía se situará entonces en una senda de decrecimiento y desempleo. El motivo de esto es que el mayor gasto público desplaza a la inversión, por lo que el efecto *crowding out* puede ser más nocivo de lo que usualmente se argumenta. Para finalizar se ofrecen las conclusiones y la agenda a seguir de esta investigación.

2. Condiciones iniciales del modelo

Sea una economía en la cual conviven: un gobierno, dos consumidores (uno viejo y otro joven) y una empresa. Los tres últimos son tomadores de precios, racionales, y toman sus decisiones de forma descentralizada, es decir, ninguno de ellos se pone de acuerdo con

otro para decidir sus planes de compra y venta. Dado que los agentes son racionales sus expectativas también lo son. El gobierno decide sobre su consumo e ingreso de forma discrecional.

La población no crece, sin embargo, en todo momento hay dos consumidores, uno nacido en el periodo vigente (joven) y otro nacido en el periodo inmediato anterior (viejo), debido a que los consumidores sólo viven dos periodos, siempre que un consumidor finaliza su segundo periodo de vida aparece otro idéntico al primero iniciando su primer periodo de vida. En este modelo no hay moneda ni bancos, por lo que para hacer posibles todas y cada una de las transacciones se recurre a la agencia central de compensaciones postulada por Debreu (1973).

Los consumidores tienen el mismo conjunto de gustos y preferencias, por lo que la función de utilidad de cualquiera de uno de ellos no es más que una transformación monótona de todas las demás, lo que permite trabajar con un consumidor representativo. Se asume que la función de utilidad del consumidor representativo es:

$$U = q_{c1t+j}^{\alpha} q_{c2t+j+1}^{1-\alpha},$$

donde: $0 < \alpha < 1$, q_c es el consumo, los subíndices 1 y 2 hacen referencia al periodo de vida del consumidor, $t + j$ aparecerá en todas las variables y hace referencia al periodo en que se realiza dicha variable.

La oferta de trabajo de los consumidores es inelástica, es decir, que sin importar el vector de precios siempre se ofrece la misma cantidad. Esta hipótesis contrasta fuertemente con lo que usualmente se postula en los modelos de ciclo real, en ellos las variaciones en los niveles de producción y empleo se suelen explicar por cambios en la oferta de trabajo, por lo que esta es altamente elástica. Lo anterior implica que en dichos modelos el desempleo es voluntario y las reducciones en la producción son una respuesta óptima de los agentes, al respecto véase Baxter y King (1993). No obstante, debido a lo poco plausible de tales resultados en este trabajo se postula una oferta de trabajo inelástica.

El consumidor en su primer periodo de vida financia su consumo, ahorro y el pago de sus impuestos con la remuneración de su trabajo y la ganancia que las empresas le otorgan, por ser dueños de los derechos de propiedad de éstas. El consumidor únicamente paga impuestos en su primer periodo de vida. En su segundo periodo de vida financia su consumo con su ahorro pasado más la rentabilidad de éste.¹ Las

¹ Se asume que los consumidores que viven su primer periodo de vida son

restricciones presupuestales del consumidor representativo nacido en el periodo “ $t + j$ ” son:

$$\Pi_{t+j} + w_{t+j}t_o = (1 + \tau)q_{c1t+j} + A_{t+j}$$

y

$$(1 + r_{t+j+1})A_{t+j+1} = q_{c2t+j+1},$$

donde Π es la ganancia expresada en términos reales, w es el salario real, t_o es la oferta de trabajo, la cual se considera exógena y constante a lo largo del tiempo, τ es la tasa impositiva al consumo, A es el ahorro, $(1 + r_{(t+j)})$ es el factor real de interés, que en ausencia de dinero y bancos equivale al precio relativo del producto, es decir,

$$\frac{p_{t+j+1}}{p_{t+j}}.$$

Por lo que la tasa de interés se define como

$$r_{t+j} = \frac{p_{t+j+1}}{p_{t+j}} - 1.$$

De la conducta racional del consumidor nacido en el periodo “ $t + j$ ” se obtienen sus planes de demanda en su primer y segundo periodo de vida y su plan de ahorro, los cuales son respectivamente:

$$q_{c1t+j} = \alpha \left(\frac{1}{(1 + \tau)} \right) (\Pi_{t+j} + w_{t+j}t_o) \quad (1)$$

$$q_{c2t+j+1} = (1 - \alpha)(1 + r_{t+j+1})(\Pi_{t+j} + w_{t+j}t_o) \quad (2)$$

dueños de las empresas; cuando pasan a su segundo período transfieren los derechos de propiedad de las empresas a los consumidores que inician su primer periodo de vida. Esta transferencia se supone sin costos y exógena al mercado. Así, los derechos de propiedad se asignan *ex-ante* y de forma exógena. Esta hipótesis no implica que los consumidores sean altruistas; simplemente implica que los consumidores que están en su primer periodo de vida poseen la totalidad de los derechos de propiedad sobre las empresas, en todo momento. La utilidad de esta hipótesis reside en que permite que las ganancias puedan ser utilizadas para financiar la inversión.

$$A_{t+j} = (1 - \alpha) ((\Pi_{t+j} + w_{t+j}t_o)) \quad (3)$$

Adviértase que el impuesto al consumo sólo afecta al plan de consumo del agente en su primer periodo de vida. Por otro lado, como es usual cuando se asume una función de utilidad tipo Cobb-Douglas, el plan de ahorro no depende de la tasa de interés. A diferencia de como usualmente se formaliza el axioma de racionalidad en la teoría del productor, en la TIMT se asume que la empresa maximiza la tasa de ganancia² sujeto a su restricción tecnológica, al respecto véase Noriega (1994).

La idea de que las empresas se plantean como objetivo maximizar la tasa de ganancia y no la ganancia en sí misma no es nueva. Para los clásicos y para Marx la variable que guía las decisiones de los capitalistas es la tasa de ganancia, es decir, las empresas orientan sus decisiones para garantizar la máxima tasa de rentabilidad. En los clásicos y Marx la producción inicia con la decisión de inversión de los capitalistas, esto es, con el capital adelantado, el capitalista utiliza a la tasa de ganancia para comparar y discriminar entre las distintas oportunidades de inversión y así elegir aquellas que le ofrezcan la mayor tasa. Una vez establecida la empresa el capitalista exigirá la mayor tasa de ganancia posible por su reinversión, es decir, por la compra de maquinaria, equipo, materias primas y trabajo que se requiera para la producción.

La idea clásica y marxista es coherente con el planteamiento de la teoría financiera sobre la evaluación de proyectos de inversión. Esta teoría, al saber que los inversionistas invertirán en los proyectos más rentables, ofrece distintas formas de evaluar la tasa de rentabilidad de los proyectos. En contraste, la teoría neoclásica postula que los productores maximizan la masa de ganancia, lo cual contradice la idea de que los inversionistas deciden con base en la tasa de rentabilidad o de ganancia.

En Noriega (2001) se analiza la racionalidad de maximizar la tasa de ganancia en lugar de la masa. El autor muestra que si hay dos empresas, una maximizadora de la masa y otra de la tasa de ganancia, siempre que ambas ocupen la misma cantidad de insumos, y para ello se les permita desagregar su producción en tantas unidades productivas como sea necesario, entonces la empresa que maximiza la

² Considerese que la tasa de ganancia es el cociente de la ganancia entre los costos ($\frac{Ganancias}{Costos}$). Por lo que muestra cuántos pesos ganará la empresa por peso gastado.

tasa de ganancia obtendrá mayores beneficios que la que maximiza la masa de ganancia.

En este artículo se asumirá la hipótesis de que los productores maximizan la tasa de ganancia, por lo que la conducta racional del productor se formaliza mediante el siguiente ejercicio de maximización:

$$\max (1 + \pi_{t+j}) = \frac{q_{t+j}}{w_{t+j}t_{t+j} + (1 + r_{t+j})q_{kt+j}} \quad (4)$$

$$\text{S.a. } q_{t+j} = (t_{t+j} - t_{t+j}^*)^\beta q_{kt+j}^\gamma \text{ donde } \beta, \gamma \in \mathfrak{R}^+ \text{ y } \beta + \gamma < 1 \quad (5)$$

En las ecuaciones (4) y (5), π es la tasa de ganancia, q la oferta de producto, t la demanda de trabajo, q_k es el capital y t^* son los costos de organización.

Los costos de organización son el trabajo que se emplea para organizar la producción, por lo que su uso no está asociado a producto positivo, es decir, sólo después de que el trabajo cubre la organización ($t > t^*$) es que está asociado a producto positivo.³ Para la empresa competitiva los costos de organización son un dato. Sin embargo, son un resultado del mercado, por lo que su magnitud es determinada en equilibrio general y pueden variar si cambian los parámetros que determinan el equilibrio. Es válido adelantar que en el equilibrio general se obtiene que los costos de organización dependen positivamente de la demanda de producto, es decir, entre mayor es la demanda que enfrenta la empresa mayor es la organización que requiere para producir.

De la conducta racional del productor se obtienen sus demandas de trabajo y capital y su oferta de producto en el periodo “ $t + j$ ”:

$$t_{t+j} = \frac{(1 - \gamma)}{(1 - \beta - \gamma)} t_{t+j}^* \quad (6)$$

³ En Rodríguez (2005) se muestra que siempre que se asuma una función de producción polinómica de tercer grado es posible prescindir de los costos de organización al maximizar la tasa de beneficios, no obstante, por simplicidad en este artículo se asumirá su existencia.

$$q_{kt+j} = \left(\frac{\gamma}{1 - \beta - \gamma} \right) \frac{w_{t+j}}{(1 + r_{t+j})} t_{t+j}^* \quad (7)$$

$$q_{t+j} = \frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1 - \beta - \gamma)^{\beta+\gamma}} \left(\frac{w_{t+j}}{1 + r_{t+j}} \right)^\gamma t_{t+j}^{*\beta+\gamma} \quad (8)$$

La ecuación (6) es la demanda de trabajo, a diferencia de lo que usualmente se postula en la teoría neoclásica, pero de manera análoga a los resultados obtenidos en Noriega (1994, 2002) y Velázquez (2009), la demanda de trabajo no depende del salario real, está determinada por los costos de organización. Más adelante se mostrará que debido a que los costos de organización tienen una relación directa con la demanda efectiva, es esta última quién determina la demanda de trabajo. Ello se debe a que las empresas ajustan su producción a la demanda efectiva vigente, así cuando ésta aumenta las empresas se ven motivadas a contratar más trabajo para ajustar su producción a la alza.

La ecuación (7) es la demanda de capital, la cual es función positiva de los salarios y los costos de organización y negativa de la tasa de interés. La ecuación (8) es la oferta de producto, igual que la demanda de capital ésta es función positiva del salario y de los costos de organización y negativa de la tasa de interés.

El gobierno financia su consumo presente y el pago de su deuda con un impuesto al consumo del joven y con préstamos que le otorgan los consumidores; por lo que su restricción presupuestal es:

$$q_{bgt+j-1}(1 + r_{t+j}) + q_{gt+j} = \tau q_{c1t+j} + q_{bgt+j},$$

donde q_{bg} es la deuda del gobierno y q_g es el gasto del gobierno.

Usualmente en los modelos de equilibrio general todas las transacciones ocurren en el mismo momento, lo que permite solucionar las asignaciones de mercado de manera simultánea. No obstante, esto no es necesariamente una virtud. Robinson (1980) critica dicha postura al argumentar que el tiempo es histórico, por lo que los eventos se suceden unos a otros, es decir, hay una secuencia temporal explícita. Con base en la crítica de Robinson sobre el manejo del tiempo en la teoría económica, y a diferencia de las modelos de equilibrio general, en nuestro esquema analítico no todas las transacciones ocurren en el

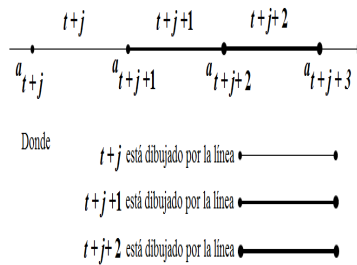
mismo momento. Para analizar la sucesión de eventos se postulan las siguientes hipótesis:

1) Hipótesis sobre el tiempo: un periodo productivo es un conjunto no vacío conformado por una sucesión finita de momentos. El periodo productivo $t-j$ para todo $j = -n, -n+1, -n+2, \dots, 0, 1, 2, 3, \dots, n$ se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Sea } t+j \in [a_{t+j}, a_{t+j+1}] \text{ y } [a_{t+j}, a_{t+j+1}] \in t+j \text{ donde} \\ |a_{t+j} - a_{t+j+1}| = \delta, \text{ siendo } \delta > 0 \text{ y } a_{t+j+1} \neq 0 \text{ y } t+j \cap t+j+1 \\ = \{a_{t+j+1} \mid a_{t+j+1} \in t+j \text{ y } a_{t+j+1} \in t+j+1\} \end{aligned}$$

Donde por definición a_{t+j} , para todo $j = -n, -n+1, -n+2, \dots, 0, 1, 2, 3, \dots, n$, se llamarán momentos. La hipótesis sobre el tiempo se puede representar en el siguiente diagrama:

Gráfica 1
Hipótesis sobre el tiempo



Fuente: elaboración propia.

2) Hipótesis sobre la sucesión de eventos:

- En el momento a_{t+j} los agentes toman su deuda. Las empresas adquieren su deuda para financiar su inversión para el periodo $t+j$, el gobierno para financiar sus egresos. Por lo que es en este momento cuando las empresas deciden cuanto invertir. Una vez tomada

la decisión de inversión las empresas no pueden retractarse. De igual forma una vez que el gobierno ha adquirido su deuda no puede anularla, pero si le es posible modificar la forma en que la utiliza, es decir, para pagar su gasto o su deuda pasada.

- En el periodo $t + j$, la producción comienza en $a_{t+j} + \varepsilon$, para algún $\varepsilon > 0$, tal que $a_{t+j} + \varepsilon \in (a_{t+j}, a_{t+j+1})$.
- La decisión de cuánto trabajo demandar se toma cuando inicia la producción.
- En a_{t+j+1} la producción, correspondiente al periodo $t + j$, se finaliza y se vende, además se pagan las deudas relativas al periodo pasado y los impuestos correspondientes a este periodo.

Es importante resaltar que en el momento a_{t+j+n} coexisten dos tasas de interés: $(1 + r_{t+j+n})$ y $(1 + r_{t+j+n+1})$. La primera es la tasa de rendimiento del ahorro pasado, la segunda es la tasa de interés a la que se contrata el ahorro presente. Para evitar confusiones a partir de este momento nos referiremos a la primera como tasa de rendimiento y a la segunda como tasa de interés.

Nótese que para el siguiente periodo la tasa de interés será la tasa de rentabilidad del ahorro pasado. Sin embargo, éstas no tienen por qué coincidir. La razón de ello es que la tasa de interés es una promesa de pago, mientras que la tasa de rendimiento es la tasa a la que realmente se paga el ahorro. Por lo que esta última incorpora la sanción del mercado.

Además de las hipótesis del tiempo, la sucesión de eventos, se asumen dos hipótesis más:

3) Hipótesis de miopía. Se asume que los consumidores y productores suelen modificar sus planes de compra y venta cuando eventos futuros en su propio periodo están por ocurrir, pero no son capaces de ver eventos futuros que tendrán lugar en periodos posteriores, por lo que no modifican sus planes ante ellos. Es decir, para una persona que está en el momento $a_{t+j} \in t + j$ modificará sus decisiones de compra y venta por eventos que espera que ocurran en $a_{t+j+\theta}$, siempre y cuando $a_{t+j+\theta} \in t + j$. Pero no modificarán sus decisiones de compra y venta por eventos que pueden ocurrir en $a_{t+j+\theta} \in t + j + i$ donde $i = 1, 2, 3..n$ debido a que son agentes de vista corta.

4) Los consumidores y productores son lo suficientemente pequeños para no percibir cómo sus decisiones modifican los planes de compra y venta de todos los demás, pero el gobierno es lo suficientemente grande para que las familias y las empresas modifiquen sus planes ante cambios en los planes del gobierno.

Las cuatro hipótesis presentadas son irrelevantes para estudiar el estado estacionario, pero son fundamentales para analizar la dinámica de la economía. El estudio inicia en estado estacionario, sin que esto signifique un rechazo a la crítica de Robinson (1980), simplemente se reconoce que para analizar la dinámica conviene partir de un punto fijo.

En el estudio del estado estacionario se resalta la compatibilidad del equilibrio tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario, este resultado no depende de la intervención del estado en la economía, pues se verifica en modelos sin gobierno (véase Velázquez, 2009), pero abre la puerta para analizar aumentos en los niveles de empleo que, bajo la hipótesis de oferta de trabajo inelástica, sólo puede ocurrir si hay desempleo involuntario. Un poco más adelante se analizará cómo cambian los niveles de empleo ante incrementos en el gasto público.

3. El equilibrio general en el estado estacionario

El principal resultado de la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo es demostrar que el equilibrio competitivo es plenamente compatible tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario (véase Noriega 1994, 2001 y Rodríguez, 2005). No obstante, con base en la ley de Walras se tiene que si “n-1” mercados están en equilibrio el “enésimo” también lo estará, por lo que el equilibrio en el mercado de bienes implica pleno empleo. Para explicar por que es compatible el principal resultado de la TIMT con la ley de Walras⁴ es necesario explicar el concepto de equilibrio para este marco analítico.

En la TIMT el equilibrio general se define como el vector de precios y asignaciones que, dado el salario, hacen mutuamente compatibles los *planes de compra y venta realizables* de los consumidores con los planes de compra y venta de los productores.

Esta definición de equilibrio general difiere en dos aspectos de la que se postula habitualmente en la teoría neoclásica: 1) el salario es determinado fuera del sistema de mercados (dicho resultado se tratará con todo detalle un poco más adelante) y 2) se trata de la compatibilidad de planes realizables. Se entiende por *planes realizables*, los

⁴ Nótese que si las preferencias son monótonas, la violación de la ley de Walras implica que los agentes no respetan sus restricciones presupuestales; por lo que el modelo sería contablemente inconsistente. De ahí la importancia de analizar la compatibilidad del equilibrio en el mercado de bienes con desempleo involuntario con la ley de Walras.

planes de compra y venta que los consumidores pueden financiar a través de sus ingresos no salariales y con la parte de su oferta de trabajo que logran que se emplee y remunerere por las empresas.

Los planes realizables de los consumidores son:

$$q_{c1t+j}^r = \alpha \left(\frac{1}{1+\tau} \right) (\Pi_{t+j} + w_{t+j}t_{t+j}) \quad (9)$$

$$q_{c2t+j+1}^r = (1-\alpha)(1+r_{t+j+1})(\Pi_{t+j} + w_{t+j}t_{t+j}) \quad (10)$$

$$A_{t+j}^r = (1-\alpha)(\Pi_{t+j} + w_{t+j}t_{t+j}) \quad (11)$$

El supra índice r hace referencia a que se trata de planes realizables. La diferencia entre las ecuaciones (1), (2) y (3) con respecto a las ecuaciones (9), (10) y (11), es decir, la diferencia entre los planes de consumo y ahorro con respecto a sus planes realizables, es que los primeros están determinados por la oferta de trabajo, en tanto que los segundos están determinados por la demanda de trabajo. Por lo que sólo en pleno empleo estos coinciden.

Se define a la demanda efectiva (\hat{q}_{dt+j}) como la suma de los planes realizables de consumo de las familias más la inversión, más el gasto público realizable, esto es,

$$\hat{q}_{dt+j} = q_{c1t+j}^r + q_{c2t+j+1}^r + q_{kt+j+1} + q_{gt+j}^r$$

por lo que, de manera análoga a los planes realizables, sólo en pleno empleo la demanda efectiva es igual a la demanda planeada.

Los planes realizables propuestos, ecuaciones (9), (10) y (11), son demandas racionadas, en el entendido de que puede haber desempleo. Por lo que incorporan la hipótesis de decisión dual planteada por Clower (1965), la cual postula que para que un agente pueda comprar tuvo que haber vendido antes, así los planes efectivos de consumo y ahorro de las familias dependen del trabajo que ellos hayan vendido.

De manera análoga a los equilibrios restringidos⁵ por demanda, en el equilibrio general propio de la TIMT las demandas nocionales

⁵ A los equilibrios restringidos también se les conoce como equilibrios no walrasianos o equilibrios con racionamiento, para una revisión de la literatura véase Argandoña, Gámez y Mochón (1996).

no contiene información útil ni difunden señales de mercado, es la demanda efectiva la que determina el nivel de producción y ésta depende del nivel de empleo.

Es importante aclarar que, pese a las similitudes del equilibrio en la TIMT con el equilibrio restringido por demanda, existe una diferencia fundamental entre ellos, mientras que éste último usualmente se debe a que los precios se ajustan muy lentamente (lo que da lugar a que los agentes realicen transacciones a precios que no son de equilibrio), en la TIMT el desequilibrio surge porque los oferentes y demandantes de trabajo no ven en el salario real un precio que guíe sus planes de compra y venta. Más adelante se discutirá este punto.

Con la utilización de los planes realizables en lugar de las demandas nocionales para analizar la consistencia contable del modelo se obtiene la siguiente ley de Walras modificada:

$$\begin{aligned}
 0 = & (q_{c1t+j}^r + q_{c2t+j}^r + q_{kt+j+1} + q_{gt+j}^r - q_{t+j}) \\
 & + (1 + r_{t+j}) (q_{kt+j} + q_{bgt+j-1}^r - A_{t+j-1}^r)
 \end{aligned} \tag{12}$$

La ecuación (12) es una *ley de Walras modificada* y, de manera análoga a la ley de Walras habitual, muestra que la suma en valor de las demandas excedentes es cero, sólo que en la TIMT una demanda excedente es la diferencia entre los planes de venta y los planes de *compra realizables*.

En la ley de Walras modificada sólo hay dos mercados: el de bienes en $t + j$ y en $t + j + 1$, el “mercado de trabajo” no aparece. La razón de ello es que, en este marco analítico, el equilibrio en los mercados de bienes $t + j$ y en $t + j + 1$ no implica pleno empleo, es decir, puede haber equilibrio en los mercados de bienes y desempleo, sin que esto signifique una violación a la ley de Walras modificada.

Es importante hacer notar que el equilibrio en los mercados de bienes en la TIMT pueden ser vistos como desequilibrios en la ley de Walras habitual. Es decir, sigue siendo válido que bajo la noción de equilibrio propia de la tradición neoclásica el equilibrio general es de pleno empleo, no obstante, bajo la definición de equilibrio de la TIMT el equilibrio general puede ser tanto de pleno empleo como de desempleo involuntario. Siempre que el desempleo se verifique puede ser visto por la tradición neoclásica como un desequilibrio.

El equilibrio en la TIMT implica que la oferta de bienes iguala a la demanda efectiva, lo cual sucede tanto en pleno empleo como

en desempleo involuntario. El equilibrio se resuelve a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\hat{q}_{dt+j} - q_{t+j} = 0 \quad (13)$$

$$q_{kt+j} + q_{bg,t+j-1}^r - A_{t+j-1}^r = 0 \quad (14)$$

$$t_{t+j} - t_o \leq 0 \quad (15)$$

La ecuación (13) es el mercado de bienes en el periodo $t + j$, la ecuación (14) es el mercado de bienes en $t + j + 1$, este último muestra la igualdad del ahorro con la inversión y la deuda pública. La ecuación (15) es el mercado de trabajo el cual, presumiblemente, puede estar en equilibrio o no. De acuerdo con la ley de Walras modificada si el mercado de bienes en $t + j$ está en equilibrio, entonces el mercado de bienes en $t + j + 1$ también lo estará. Así, la solución del equilibrio se obtiene a partir del mercado de bienes $t + j$ o en $t + j + 1$ y del mercado de trabajo.

La solución del equilibrio general se realizará en el estado estacionario, es decir, en aquella situación en la que las variables son constantes en el tiempo, razón por la cual en esta sección se prescindirá de los sub índices temporales. La solución del equilibrio se realizará con base en las ecuaciones (13) y (15).

Con la sustitución de los respectivos planes de compra y venta realizables de los agentes en los mercados de bienes $t + j$ (ecuación 13) y trabajo (ecuación 15) se obtiene:

$$\begin{aligned} & \alpha \left(\frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1 - \beta - \gamma)^{\beta + \gamma}} \left(\frac{w}{1 + r} \right)^\gamma t^{*\beta + \gamma} - \frac{\gamma}{1 - \beta - \gamma} w t^* \right) \quad (16) \\ & + (1 - \alpha)(1 + r) \left(\frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1 - \beta - \gamma)^{\beta + \gamma}} \left(\frac{w}{1 + r} \right)^\gamma t^{*\beta + \gamma} - \frac{\gamma}{1 - \beta - \gamma} w t^* \right) \\ & + \frac{\gamma}{1 - \beta - \gamma} \frac{w}{(1 + r)} t^* + q_{bg} - (1 + r) q_{bg} \\ & - \frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1 - \beta - \gamma)^{\beta + \gamma}} \left(\frac{w}{1 + r} \right)^\gamma t^{*\beta + \gamma} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{(1-\gamma)}{1-\beta-\gamma}t^* - t_o \leq 0 \quad (17)$$

Las ecuaciones (16) y (17) son, respectivamente, el mercado de bienes y el de trabajo. El primero está en función de la tasa de interés, el salario y los costos de organización, el segundo está determinado sólo por los costos de organización. La razón por la cual no aparece el salario real como un elemento del mercado de trabajo es porque los oferentes y demandantes no ven en él una variable que guíe sus planes de compra y venta.

Se empezará por solucionar el equilibrio en pleno empleo, para después mostrar que tal solución también es válida cuando existe desempleo involuntario. Con base en la ecuación (17) se obtienen los costos de organización de pleno empleo:

$$t^* = \frac{1-\beta-\gamma}{1-\gamma}t_o \quad (18)$$

Al sustituir (18) en (16) se obtiene:

$$\begin{aligned} & \alpha \left(\frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1-\beta-\gamma)^{\beta+\gamma}} \left(\frac{w}{1+r} \right)^\gamma \left(\frac{1-\beta-\gamma}{1-\gamma} t_o \right)^{\beta+\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w t_o \right) \quad (19) \\ & + (1-\alpha)(1+r) \left(\frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1-\beta-\gamma)^{\beta+\gamma}} \left(\frac{w}{1+r} \right)^\gamma \left(\frac{1-\beta-\gamma}{1-\gamma} t_o \right)^{\beta+\gamma} \right. \\ & \left. - \frac{\gamma}{1-\beta-\gamma} w t^* \right) + \frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{w}{(1+r)} t_o + q_{bg} - (1+r) q_{bg} \\ & - \frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1-\beta-\gamma)^{\beta+\gamma}} \left(\frac{w}{1+r} \right)^\gamma \left(\frac{1-\beta-\gamma}{1-\gamma} t_o \right)^{\beta+\gamma} = 0 \end{aligned}$$

Con base en la expresión (19) se tiene que siempre que el factor de interés sea igual a uno, $(1 + r) = 1$, el mercado de bienes estará en equilibrio, independientemente de cuál sea el valor del salario. La razón de esto es que en estado estacionario nada cambia, en consecuencia, el precio del producto de hoy es igual al precio del producto de mañana, por lo que el precio relativo inter temporal es igual a la unidad. Lo anterior implica que la tasa de interés es cero ($r = 0$).⁶

Nótese que una vez que se determina el precio relativo de equilibrio, $((1 + r) = 1)$, el salario real queda indeterminado, lo que implica que éste no se resuelve en ningún mercado, por lo que se fija fuera del sistema de mercados. La razón es porque los oferentes y demandantes de trabajo no ven al salario real como el precio que guíe sus planes de compra y venta.

En la TIMT los mercados están compuestos por tres elementos: oferentes, demandantes y un precio que vincule sus planes de compra y venta. Al no haber un precio que vincule los planes de compra y venta de trabajo se afirma que el mercado de trabajo no existe. Es decir, en este marco analítico el mercado de trabajo se forma en apariencia, hay oferta y demanda de trabajo, pero no en sustancia, la confluencia de oferta y demanda de trabajo no determina el salario real, ni el nivel de empleo. Con la finalidad de resaltar dicho resultado a la confluencia de oferentes y demandantes que no están vinculados por un precio se le llama sector, de ahí que se hable del sector laboral.⁷ Por lo que, a partir de este momento, nos referiremos al mercado de trabajo como sector laboral.

El hecho de que el salario real no se determine en el sistema de mercados implica que una economía competitiva está conformada, al lo menos, por dos instituciones:⁸ el mercado y otra en donde se determina el salario real. Es decir, ninguna economía competitiva puede tener como única institución al mercado. A diferencia de la teoría neoclásica, en la TIMT, en una economía competitiva, la cohesión social no está determinada únicamente por el vector de precios, sino por el vector de precios y las convenciones sociales que determinan el

⁶ Adviértase que, por definición, $r_{t+j} = \frac{p_{t+j} - p_{t+j-1}}{p_{t+j-1}}$, por lo que $r_{t+j} = 0$ si y sólo si $p_{t+j} = p_{t+j-1}$.

⁷ Es interesante reflexionar que, en la teoría del equilibrio general competitivo, se afirma que el principal resultado del mercado son los precios; al estar determinado el salario real fuera del sistema de mercados no es posible afirmar que éste sea un resultado de mercado alguno, lo que reafirma la hipótesis de inexistencia del mercado de trabajo.

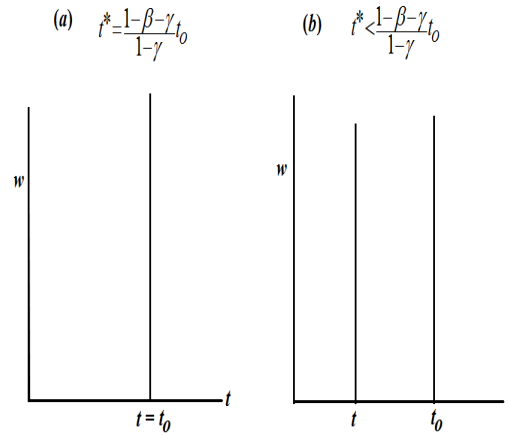
⁸ Se entiende por institución las reglas que son socialmente aceptadas.

salario real. Para propósitos de la presente investigación bastará con tratar al salario real como una variable exógena. No obstante, se reconoce que analizar cómo se determina ésta es una de las principales líneas de investigación pendientes en nuestro marco analítico.

Para mostrar que el desempleo es compatible con el equilibrio en el mercado de bienes basta con advertir que la ecuación (16) es una igualdad estricta, siempre que la tasa de interés sea cero, independientemente del valor del salario real y los costos de organización, por lo que estos pueden ser de desempleo involuntario, es decir, $t^* < \frac{1-\beta-\gamma}{1-\gamma}t_o$ y aun así haber equilibrio en el mercado de bienes.

Para ilustrar el comportamiento del sector laboral, tanto en pleno empleo como en desempleo involuntario, se grafica la ecuación (17)

Gráfica 2
Sector laboral



En la gráfica 2 se muestra que tanto la oferta como la demanda de trabajo son inelásticas con respecto al salario real, por lo que éste no puede ser determinado en dicho sector. El escenario (a) muestra que el pleno empleo se da cuando los costos de organización así lo permiten, por otro lado, el escenario (b) muestra los costos de organización compatibles con el desempleo.

La ecuación (17) muestra si los costos de organización son de pleno empleo o no, pero no los determina. Para analizar cómo se determinan los costos de organización se sustituye la ecuación (8) en (18):

$$t^* = \left(\frac{(1 - \beta - \gamma)^{\beta + \gamma}}{\beta^\beta \gamma^\gamma} \left(\frac{1 + r}{w} \right)^\gamma \hat{q}_d \right)^{\frac{1}{\beta + \gamma}} \quad (20)$$

La ecuación (20) muestra que los costos de organización tiene una relación positiva con la demanda efectiva. En Noriega (2001) se argumenta que eso se debe a que entre más grande es la demanda efectiva que enfrenta una empresa mayor será el número de transacciones que tendrá que realizar, para lo cual requerirá una mayor organización. La relación que guardan los costos de organización con la tasa de interés y con los salarios es un poco más complicada, pues estos suelen modificar a la demanda efectiva. Nótese que no hay ningún mecanismo de mercado que garantice que los costos de organización sean de pleno empleo, lo que se debe a que el equilibrio en el mercado de bienes se garantiza, cualquiera sea la demanda efectiva.

Al sustituir los costos de organización, ecuación (20), en los planes de compra y venta del productor, ecuaciones (6), (7) y (8), resulta:

$$t = \frac{(1 - \gamma)}{(1 - \beta - \gamma)} \left(\frac{(1 - \beta - \gamma)}{\beta^\beta \gamma^\gamma} \left(\frac{1 + r}{w} \right)^\gamma \hat{q}_d \right)^{\frac{1}{\beta + \gamma}} \quad (21)$$

$$q_k = \frac{\gamma}{1 - \gamma} \frac{w}{(1 + r)} \left(\frac{(1 - \beta - \gamma)}{\beta^\beta \gamma^\gamma} \left(\frac{1 + r}{w} \right)^\gamma \hat{q}_d \right)^{\frac{1}{\beta + \gamma}} \quad (22)$$

$$q = \hat{q}_d \quad (23)$$

La ecuación (23) muestra que la producción es determinada por la demanda efectiva. Ello se debe a que si las empresas producen menos de lo que el mercado les demanda, no ganarían tanto como pueden ganar, pero si producen más, entonces generarían inventarios no deseados y, por tanto, pérdidas, este resultado es análogo al obtenido en Keynes (1936).

La demanda de trabajo, ecuación (21), es análoga a la función ocupación⁹ propuesta en Keynes (1936), igual que ésta muestra que el nivel de empleo depende de forma positiva de la demanda efectiva. La ecuación (22) es la demanda de inversión, misma que también depende de manera positiva de la demanda efectiva. La razón por la que tanto la demanda de trabajo como la inversión dependan de la demanda efectiva se debe a que las empresas ajustan su producción a la demanda efectiva vigente, así cuando ésta aumenta suelen demandar más insumos.

Nótese que la afirmación de que no existe un mercado de trabajo no implica que la teoría del equilibrio general en la TIMT no se base en un razonamiento de multimercados, ya que, de acuerdo con la ley de Walras modificada (ecuación 12), lo que le ocurra al mercado de bienes le afecta al mercado de capitales, y viceversa. Pero si implica que el nivel de empleo y el salario no pueden razonarse como resultado de un mercado, es decir, ni el salario real se determina por la interacción de oferentes y demandantes de trabajo, ni el empleo por el salario real. Estos son determinados por procesos distintos a los de mercado.

En las teorías de equilibrio general¹⁰ razonar el nivel de empleo y el salario fuera de la lógica de mercado no es del todo novedoso, por ejemplo, en la teoría de los precios propuesta por Karl Marx se razonan los niveles de empleo y salario fuera de cualquier lógica de mercado, al respecto Félix y Neffa mencionan que “...Para Marx, el mercado de trabajo no existe como tal, es decir, como espacio en donde interactúan la oferta y la demanda de fuerza de trabajo, ya que los salarios y el empleo no se determinan en un mismo proceso ni dependen de los mismos factores” (2006: 54).

Otra teoría económica que explica los salarios y el nivel de empleo fuera de la lógica del mercado es la propuesta por Keynes en 1936 en su libro *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. En ella el nivel de empleo está determinado por la demanda efectiva, mientras que el salario se fija a través de los convenios colectivos de trabajo. Así, de acuerdo con Pérez y Neffa “para Keynes no existe un verdadero mercado de trabajo en el sentido en que lo entendían los clásicos, el problema se plantea en términos de empleo y puestos de trabajo a proveer” (2006: 126).

⁹ Para Keynes “...la función ocupación estará determinada por $N_r = F(D_s)$. Lo que quiere decir que N_r hombres estarán empleados en la industria r cuando la demanda efectiva sea D_s ” (1936: 270).

¹⁰ Un análisis interesante sobre la evolución de la teoría de los precios clásica-marxista y la neoclásica se encuentra en Klimovsky (2000).

Algo similar ocurre en el marco analítico propuesto por Kalecki (1956), de acuerdo con el autor el empleo depende de la demanda efectiva y los salarios del proceso de negociación entre capitalistas y trabajadores, por lo que la determinación del salario tiene que ver con la distribución del ingreso entre capitalistas y trabajadores, y no con un proceso de mercado. Más recientemente, en la sociología, la teoría de la movilización ha postulado la inexistencia de un mercado de trabajo. Al respecto Centi (1988), citado por Prieto, menciona que “Nadie podría pretender que existe un verdadero mercado de trabajo o que haya existido jamás, al menos desde que el trabajo es libre” (1989: 87). Por lo que proponen sustituir el estudio del mercado de trabajo por el de la movilización, para entender cómo se determina el nivel de empleo y los salarios.

Es importante aclarar que no es posible determinar paramétricamente las asignaciones de equilibrio, sin determinar exógenamente al salario real, así como al nivel de empleo, esto es una consecuencia de que no se forme un mercado de trabajo, por lo que las asignaciones y los precios que de él se desprenderían no se determinan. No obstante, a partir de una situación de equilibrio sí es posible determinar cómo evolucionarían los precios y las asignaciones ante un choque exógeno. En la siguiente sección se analizará cómo se modifican las asignaciones y los precios ante un incremento en el gasto público que es financiado con deuda. Dado que el salario se determina fuera del sistema de mercados se asumirá, por simplicidad, que éste es constante en el tiempo y conocido por todos los agentes.

4. El efecto del gasto público en las asignaciones y los precios en $t + j$ ¹¹

Supongamos una economía en equilibrio estacionario y con desempleo involuntario,¹² situada al inicio del periodo $t + j$ (es decir, en el momento a_{t+j}), en la cual el gobierno decide incrementar su gasto público y financiarlo con deuda. Se asumirá que sólo en el periodo $t + j$ el gobierno financia su mayor gasto con más deuda, para los periodos posteriores ni la deuda ni los impuestos se incrementarán. Por lo que el gasto se modificará, de manera endógena, para poder satisfacer la restricción presupuestal del gobierno.

¹¹ El desarrollo matemático de la dinámica del modelo está en el apéndice.

¹² A partir de aquí se asumirá que la oferta de trabajo es menor que la demanda, a menos que, explícitamente, se mencione lo contrario.

Aquí se analizará cómo el crecimiento de la deuda pública modifica los precios y las asignaciones, en el entendido de que la deuda es la otra cara del gasto público. Sin embargo, debido a la temporalidad de los eventos, el incremento de la deuda equivale a la expectativa que tienen los agentes del aumento del gasto. La razón de ello es que en el momento a_{t+j} el gobierno incrementa su deuda, pero el gasto aumenta en el momento a_{t+j+1} . Por lo que, en el momento en que la deuda se incrementa, ésta equivale a la expectativa del mayor gasto público. Por lo que, para el estudio de la economía en $t+j$, se hablará indistintamente de incremento en la deuda pública o aumento en el gasto público esperado.

Adviértase que, en el momento en que la deuda aumenta, las empresas están decidiendo cuánto invertir con base en la tasa de interés (véanse las hipótesis de tiempo y sucesión de eventos). Así, lo primero que modifica el incremento en la deuda pública es la tasa de interés. A partir del mercado de la igualdad, ahorro con la inversión y la deuda pública, ecuación (11), se obtiene que un incremento en la deuda pública modifica la tasa de interés en:

$$\frac{d(1+r_{t+j+1})}{dq_{bgt+j}} = \frac{(1-\alpha) \left(\beta E \left(\frac{q_t}{t} \right) \frac{dt_{t+j}}{dE(t_{t+j})} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} \right) \frac{dE(t_{t+j})}{dq_{bgt+j}} - 1}{-\left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) \frac{w_{t+j+1} t_{t+j+1}}{(1+r_{t+j+1})^2}} \leq 0 \quad (25)$$

En la expresión (25), E es el operador de expectativas. Nótese que, debido a las hipótesis del tiempo y sucesión de eventos, al inicio del periodo $t+j$ el nivel de empleo es una expectativa y, debido a la hipótesis de miopía, es la única expectativa que cambia. Por simplicidad sólo se usará el operador de expectativas en aquellas variables propias del periodo de estudio, pero que aún no se hayan realizado.

La ecuación (25) muestra cómo varía la tasa de interés ante el incremento de la deuda pública, el signo de dicha ecuación depende del numerador, a partir de él se ofrecen las condiciones necesarias y suficientes para que la tasa de interés disminuya (aumente o no varíe), éstas son:

$$(1-\alpha) \left(\beta E \left(\frac{q_t}{t} \right) \frac{dt_{t+j}}{dE(t_{t+j})} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} \right) \frac{dE(t_{t+j})}{dq_{bgt+j}} \leq 1 \quad (26)$$

$$\rightarrow \frac{d(1+r_{t+j+1})}{dq_{bgt+j}} \leq 0$$

El primer miembro de la primera inecuación de la expresión (26) es el incremento esperado en el ahorro ante la expectativa de un aumento en el gasto público, el cual es positivo, el segundo miembro de la inecuación muestra el incremento de la deuda ante la expectativa de un aumento del gasto público. En consecuencia, la expresión (26) muestra que siempre que los agentes esperen que el mayor gasto público genere más (menos o los mismos) recursos que los que requiere para financiarse, entonces la tasa de interés disminuirá (aumentará o no cambiará). La razón de esto es que, si el mayor gasto público incrementa el ahorro en un monto mayor (menor) que el crecimiento de la deuda pública, entonces habrá un exceso (déficit) de ahorro y, por tanto, la tasa de interés disminuirá (aumentará) para garantizar la igualdad ahorro-inversión y deuda pública. No obstante, si el ahorro crece en el mismo monto que la deuda pública, no habrá entonces motivos para que la tasa de interés cambie.

Pero ¿por qué los agentes esperan que el ahorro crezca ante un incremento en el gasto público? Para responder la pregunta es necesario advertir que, a lo largo de todo el análisis, se asume que

$$\frac{\beta(1-\gamma)}{\gamma} E \left(\frac{q_{t+j+i}}{t_{t+j+i}} \right) \frac{dt_{t+j+i}}{dE(t_{t+j+i})} > w_{t+j+i}$$

para toda $i = 0, 1, 2 \dots n$, (esta desigualdad muestra el salario que garantiza que los agentes esperen que el aparato productivo sea eficiente, un poco más adelante se explicará dicha desigualdad y en qué consiste la eficiencia del aparato productivo), por lo que el signo del primer miembro de la inecuación de la expresión (26) depende esencialmente del signo de

$$\frac{dE(t_{t+j})}{dq_{bgt+j}}$$

es decir, de lo que los agentes esperan que ocurra con el empleo ante un incremento del gasto público. Por ello, el incremento en el ahorro sólo es posible si los agentes esperan que el nivel de empleo aumente. Para analizar ¿por qué los agentes esperan que el empleo aumente? adviértase que de las ecuaciones del modelo resulta que:

$$\frac{dE(\hat{q}_{dt+j})}{dq_{bgt}} = 1 \quad (27)$$

$$\frac{dE(t_{t+j})}{dq_{bgt}} = \left(\frac{1-\gamma}{\beta} \right) q_{kt+j}^{\frac{-\gamma}{\beta}} E \left(\frac{1}{\beta} \hat{q}_{dt+j}^{\frac{1}{\beta}-1} \frac{d\hat{q}_{dt+j}}{dE(\hat{q}_{dt+j})} \right) \frac{dE(\hat{q}_{dt+j})}{dq_{bgt}} \quad (28)$$

La ecuación (27) muestra que los agentes esperan que la demanda efectiva aumente en el mismo monto en el que crecerá el gasto público. La ecuación (28) indica que la expectativa de una mayor demanda efectiva motiva a las empresas a contratar más trabajo, por lo que las familias esperan que el nivel de empleo se incremente. Ante la expectativa de un mayor nivel de empleo los agentes esperan que su ingreso crezca y, por tanto, también su ahorro.

Es importante resaltar que la expectativa de un incremento en el gasto público, que es financiado con deuda, desencadena dos fuerzas que son contrarias entre sí, por un lado incrementa el ahorro y por el otro aumenta la deuda pública, por lo que la tasa de interés se ajusta para equilibrar la igualdad ahorro-inversión.

Una vez que la tasa de interés se modifica, a consecuencia de la expectativa de un mayor gasto público, cambia la inversión. A partir de las ecuaciones del modelo se arriba a:

$$\frac{dq_{kt+j+1}}{dq_{bgt+j}} = (1 - \alpha) \left(\beta E \left(\frac{q_t}{t_t} \right) \frac{dt_{t+j}}{dE(t_{t+j})} - \frac{\gamma}{1 - \gamma} w_{t+j} \right) \quad (29)$$

$$\frac{dE(t_{t+j})}{dq_{bgt+j}} - 1 \geq 0$$

La ecuación (29) muestra tres escenarios posibles: si la expectativa de un mayor gasto público genera más (menos, los mismos) recursos que los que requiere para financiarse, entonces la tasa de interés disminuye (aumenta, no cambia) para incrementar (reducir, no modificar) la inversión.

En el primer escenario el gasto público tiene un efecto atracción sobre la inversión debido a que provoca un exceso de ahorro, en el segundo escenario hay un efecto desplazamiento (*crowding out*) ya que el gasto público compite por recursos con la inversión.

Este resultado es similar al que se obtiene en los modelos keynesianos tipo IS-ML, cuando se postula que el ahorro depende del ingreso, ya que igual que aquí el efecto *crowding out* sobre la inversión sólo se verifica cuando el crecimiento del ahorro no es suficiente para financiar el mayor gasto público (véase Arestis y Sawyer, 2003).

En el momento a_{t+j+e} , la demanda efectiva se incrementa a consecuencia del incremento esperado en el gasto público y de la variación en la inversión.

Con base en las ecuaciones del modelo se obtiene que:

$$\frac{d\hat{q}_{dt+j}}{dq_{bgt+j}} = (1 - \alpha) \left(\beta E \left(\frac{q_t}{t_t} \right) \frac{dt_{t+j}}{dE(t_{t+j})} - \frac{\gamma}{1 - \gamma} w_{t+j} \right) \quad (30)$$

$$\frac{dE(t_{t+j})}{dq_{bgt+j}} > 0$$

La ecuación (30) muestra que la demanda efectiva aumentará sin importar si la inversión crece, decrece o no cambia. La razón de esto es que el incremento en la demanda efectiva es proporcional al aumento esperado del gasto público más la variación en la inversión, esta última equivale a la diferencia entre el incremento esperado en el ahorro menos el aumento esperado en el gasto público. Por lo que, sin importar que ocurra con la inversión, la demanda efectiva crecerá en el monto en que lo que los agentes esperan que se incremente el ahorro.

La mayor demanda efectiva motiva a las empresas a que ajusten su producción a la alza, por lo cual contratan más trabajo, de las ecuaciones del modelo resulta:

$$\frac{dt_t}{dq_{bgt}} = \frac{\frac{1}{\beta} \frac{t_t}{\hat{q}_{dt}} \hat{q}'_{dt}(q_{bgt})}{1 - \frac{1}{\beta} \frac{t_t}{\hat{q}_{dt}} \hat{q}'_{dt}(t_t)} > 0 \quad (31)$$

La ecuación (31) muestra cómo se incrementa el nivel de empleo, el numerador indica que, a medida que aumente la demanda efectiva, las empresas contratarán más trabajo, tal y como los agentes esperaban, aunque no necesariamente en el monto en que lo tenían previsto. El denominador de la ecuación (31) es positivo siempre que la elasticidad trabajo-producción sea mayor que la elasticidad trabajo-demanda, es decir, siempre que el nivel de empleo genere más recursos que los que demanda. Eso ocurre bajo la siguiente condición:

$$\frac{(1 - \gamma)}{\gamma} \beta \frac{q_{t+n}}{t_{t+n}} > w_{t+n} \quad \text{para toda } n = 0, 1, 2, \dots, m \quad (32)$$

La expresión (32) es el salario que permite que el aparato productivo sea eficiente. En este artículo se entiende por eficiencia del

aparto productivo cuando el trabajo genera más recursos que los que demanda,¹³ a lo largo del estudio se asumirá que tanto la ecuación (32), como su expectativa, se verifican.¹⁴

Al final del periodo $t + j$ el incremento en la deuda pública no tiene por qué coincidir con el aumento en el gasto público. Por ello las expectativas sobre el crecimiento del gasto público no tienen por qué verificarse. La razón de esto es que el mayor empleo tiene dos efectos: 1) incrementa la productividad del capital y, por tanto, aumenta la tasa de rentabilidad del ahorro pasado, es decir, crece el costo de la deuda pasada y 2) aumenta el ingreso de los agentes y, por ello, su consumo; en consecuencia el gobierno puede recaudar más sin incrementar sus impuestos. Así, al final del periodo el gobierno puede incrementar su gasto público en el siguiente monto:

$$\begin{aligned} \frac{dq_{gt+j}}{dq_{bgt+j}} = & \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right) \alpha \left(\beta \frac{q_{t+j}}{t_{t+j}} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} \right) \frac{dt_{t+j}}{dq_{bgt+j}} + 1 \quad (33) \\ & - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) \frac{w_{t+j}}{q_{kt+j}} \frac{dt_{t+j}}{dq_{bgt+j}} \end{aligned}$$

La expresión (33) muestra en cuánto se incrementa el gasto público como consecuencia de un aumento en la deuda pública, el primer término del segundo miembro de la ecuación es el incremento en la recaudación resultado de una mayor masa tributaria. El segundo miembro es el incremento en la deuda pública y, simplemente, muestra que el crecimiento del gasto inicialmente sería financiado con mayor deuda. El tercer término es el incremento en el costo de la deuda pasada, debido a que la tasa de rentabilidad del ahorro pasado aumenta.

Se asumirá que la diferencia entre el incremento en los ingresos fiscales y el mayor costo de la deuda pública pasada es despreciable, es decir,

¹³ Hay que destacar que el concepto de aparato productivo eficiente no tiene ningún vínculo con la eficiencia paretiana

¹⁴ Obsérvese que asumir que el salario permite que los agentes esperen que el aparato productivo sea eficiente implica que el incremento en el ahorro esperado sólo depende de las expectativas sobre el cambio en el empleo, tal y como ya se comentó.

$$\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right) \alpha \left(\beta \frac{q_{t+j}}{t_{t+j}} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j}\right) \frac{dt_{t+j}}{dq_{bgt+j}} \approx \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right) \frac{w_{t+j}}{q_{kt+j}} \frac{dt_{t+j}}{dq_{bgt+j}},$$

lo cual implica que el incremento en la deuda pública es proporcional al aumento del gasto público. En el análisis de los siguientes periodos se hará referencia, indistintamente, al incremento de la deuda pública en $t+j$ como el aumento en el gasto público en ese periodo.

Por otra parte, al final del periodo $t+j$ en a_{t+j+1} la producción se realiza, con base en las ecuaciones del modelo se obtiene que el multiplicador del gasto es

$$\frac{dq_{t+j}}{dq_{gt+j}} = \eta_{q_{bg,t}} \eta_{t,q} \frac{q_{t+j}}{q_{bgt+j}} > 0 \quad (34)$$

La expresión (34) muestra que el multiplicador del gasto público está determinado por la multiplicación de la elasticidad deuda-empleo, por la elasticidad empleo-producto, por la razón productodeuda pública. Nótese que el multiplicador es positivo debido a que la deuda pública es capaz de incrementar el nivel de empleo. Por otra parte, existe una relación inversa entre el tamaño del multiplicador y el de la deuda pública, es decir, entre más grande sea la deuda menor será el multiplicador.

Existe abundante evidencia estadística que muestra que el multiplicador del gasto público es positivo en el corto plazo, al respecto Hemming, Kell and Mahfouz (2002) en su revisión de la literatura empírica argumenta que las estimaciones de los multiplicadores basadas en macro-modelos para las economías desarrolladas usualmente tienen multiplicadores positivos en el corto plazo.

Los resultados hasta aquí presentados son sustancialmente diferentes a los que usualmente se obtienen en los modelos de equilibrio general dinámico. A diferencia de lo presentado por Barro (1989), la equivalencia ricardiana no se verifica. Las razones son:

1) Los agentes son miopes, esto es, sólo incorporan en sus expectativas los eventos por ocurrir en el periodo vigente. Por lo que los agentes no tendrían que incorporar en su toma de decisiones la

posibilidad de que un incremento en el déficit presente se tendrá que pagar con mayores impuestos en periodos futuros.¹⁵

2) La equivalencia ricardiana se sostiene si el incremento en el déficit público es financiado con mayores impuestos futuros. Sin embargo, si el aumento del déficit, al financiar un mayor gasto público, incrementa el ingreso de los agentes y, con ello, los ingresos del gobierno, entonces no tienen porque aumentar los impuestos futuros.

3) La existencia de desempleo involuntario implica que los consumidores no venden todo el trabajo que quieren, ni consumen todo lo que quisieran. Por lo que, al aumentar la demanda de trabajo como consecuencia de un mayor gasto público, los consumidores incrementan su consumo tal y como deseaban.

Si bien estas son razones de peso por las que la equivalencia ricardiana no se verifica, quizá la más importante es que los agentes esperan que un incremento en el gasto público aumente la demanda efectiva y con ello crezcan sus ingresos, al tomar sus decisiones de compra y venta con base en dichas expectativas el ingreso de los agentes, efectivamente, aumenta. Tal razonamiento inevitablemente nos regresa al debate planteado por Barro (1989) sobre ¿qué es lo que realmente esperan los agentes que ocurra ante un aumento en el gasto público que es financiado con deuda?, es decir, ¿los agentes esperan que un incremento en el gasto público eleve su ingreso? o ¿aumentarán los impuestos futuros?

5. Los precios y las asignaciones en los periodos posteriores a $t + j + 1$

La trayectoria que siga la economía en el largo plazo dependerá esencialmente de lo que haya pasado con la inversión en el periodo $t + j$. El motivo de esto es porque la decisión de inversión suele trascender los periodos, ya que la inversión realizada hoy será parte de la capacidad productiva de mañana.

Al inicio del periodo $t + j + 1$, la tasa de interés se modifica a consecuencia del cambio en la inversión ocurrido en $t + j$. Para

¹⁵ Es importante resaltar que la hipótesis de miopía no es el único motivo por el que la equivalencia ricardiana no se verifica. Sin embargo, la importancia de esta hipótesis radica en que facilita el análisis de la dinámica del modelo, por lo que no es posible prescindir de ella sin complicar notoriamente el análisis de la dinámica.

analizar esto en detalle obsérvese que con base en la igualdad ahorro-inversión-deuda pública en $t + j + 1$ se obtiene:

$$\frac{d(1 + r_{t+j+2})}{dq_{bgt+j}} = \frac{(1 - \alpha) \gamma \frac{E(q_{t+j+1})}{q_{kt+j+1}} q'_{kt+j+1} (q_{bgt+j})}{-\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right) \frac{w_{t+j+2} t_{t+j+2}}{(1+r_{t+j+2})^2}} \leq 0 \quad (35)$$

Hay que señalar que, a diferencia de la manera en cómo se modificó la tasa de interés en el periodo pasado, en este periodo el cambio en la tasa de interés no depende de la expectativa sobre el nivel de empleo, debido a que el incremento en el gasto público ocurrió en el periodo pasado, por lo que en el periodo actual el cambio en los niveles de empleo obedece a las modificaciones en las decisiones de los agentes. Sin embargo, las familias y las empresas son tan pequeñas que no perciben cómo sus decisiones modifican a la economía. Por lo que no esperan que sus decisiones individuales modifiquen los niveles de empleo. Por otro lado, el cambio en la inversión pasada es conocido por todos, por lo que su variación es tomada en cuenta para determinar la nueva tasa de interés.

La ecuación (35) muestra que la forma en que cambia la tasa de interés depende esencialmente de lo que haya pasado con la inversión en el periodo inmediato anterior, tal que si:

$$\frac{dq_{kt+j+1}}{dq_{bgt+j}} \leq 0 \rightarrow \frac{d(1 + r_{t+j+2})}{dq_{bgt+j}} \geq 0 \quad (36)$$

La ecuación (36) muestra tres escenarios posibles:

- 1) si la inversión pasada no cambió, entonces la tasa de interés tampoco lo hará,
- 2) si la inversión pasada aumentó, la tasa de interés disminuirá,
- 3) si la inversión pasada se redujo, entonces la tasa de interés crecerá.

Lo anterior debido a que la mayor (menor) inversión pasada implica un aumento (disminución) en la capacidad productiva presente y, por tanto, en el ingreso y en el ahorro. Bajo el mismo razonamiento si la inversión pasada no cambia, tampoco lo hará el ahorro.

La tres escenarios indican distintas trayectorias que puede seguir la economía a consecuencia de un incremento en el gasto público ocurrido en $t + j$, por lo que se analizará cada escenario por separado.

5.1. *Hacia un nuevo estado estacionario*

En el primer escenario que se estudiará la inversión en $t + j$ no cambia, por lo que la tasa de interés vigente en $t + j + 1$ no se modifica. Al permanecer constante la tasa de interés no hay razón alguna para que las empresas modifiquen su demanda de inversión en $t + j + 1$, por lo que permanece inalterada tal que:

$$\frac{dq_{kt+j+2}}{dq_{bgt+j}} = - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) \frac{w_{t+j+2} t_{t+j+2}}{(1+r_{t+j+2})^2} \frac{d(1+r_{t+j+2})}{dq_{bgt+j}} \quad (37)$$

El hecho de que la inversión sea constante implica que la demanda efectiva permanecerá sin cambios. Si la demanda efectiva no cambia no hay incentivos para que las empresas modifiquen su demanda de trabajo, pues su producción es de acuerdo con la demanda efectiva vigente, por lo que el nivel de empleo no se altera.

El gasto público se reducirá debido al incremento del costo de la deuda pasada para ajustarse a su restricción presupuestal, es decir:

$$\frac{dq_{gt+j+1}}{dq_{bgt+j}} = -(1+r_{t+j}) < 0 \quad (38)$$

La reducción en el gasto público no afecta la demanda efectiva en $t + j + 1$ debido a que ésta es compensada por un aumento proporcional en el consumo de los viejos, esto es:

$$\frac{dq_{c2t+j+1}}{dq_{bgt+j}} = - \frac{dq_{gt+j+1}}{dq_{bgt+j}}.$$

La razón de esto es que el pago de la deuda del gobierno es un ingreso para los consumidores viejos.

La producción en $t + j + 1$ es la misma que la que era en $t + j$ debido a que la demanda efectiva no cambió, lo anterior implica que el multiplicador en este periodo es cero. Es importante resaltar que, en este escenario, el multiplicador en el período $t + j$ fue positivo, pero en $t + j + 1$ es cero.

Existe evidencia estadística que es compatible con este escenario. Al respecto Spilimbergo, Symansky y Schindler (2009), con base en el trabajo de Ramey (2008), muestran que él con un modelo VAR y datos de 1947 a 2003, concluyó que el gasto militar en Estados Unidos tuvo un multiplicador de corto plazo de 1.5, sin embargo, para los años posteriores al gasto público el efecto multiplicador fue nulo.

Finalmente, es importante aclarar que en este escenario la economía transita de un estado estacionario a otro, sólo que este último está caracterizado por mayores niveles de empleo y producción.

5.2. *Hacia una senda de crecimiento sostenido*

El segundo escenario a estudiar es cuando la inversión en $t + j$ aumentó a consecuencia de un mayor gasto público y, por tanto, la tasa de interés en $t + j + 1$ se redujo, es decir,

$$\frac{dq_{kt+j+1}}{dq_{bgt+j}} > 0 \rightarrow \frac{d(1+r_{t+j+2})}{dq_{bgt+j}} < 0.$$

La menor tasa de interés motivará a las empresas a incrementar su inversión, tal que:

$$\frac{dq_{kt+j+2}}{dq_{bgt+j}} = (1 - \alpha) \gamma \frac{E(q_{t+j+1}) q_{t+j+1}}{q_{kt+j+1}} q'_{kt+j+1} (q_{bgt+j}) > 0 \quad (39)$$

La ecuación (39) muestra que la inversión presente aumenta a consecuencia de la mayor inversión pasada, debido a que esta última genera recursos para financiar el crecimiento de la inversión presente. La mayor inversión, tanto pasada como presente, incrementa la demanda efectiva, tal que:

$$\frac{d\hat{q}_{dt+j+1}}{dq_{bgt+j}} = \gamma \frac{E(q_{t+j+1})}{q_{kt+j+1}} q'_{kt+j+1} (q_{bgt+j}) > 0 \quad (40)$$

La ecuación (40) muestra que el aumento en la demanda efectiva se debe, en última instancia, a la mayor inversión pasada. La razón de esto es que la mayor inversión actual es debido a que aumentó la inversión en el periodo pasado (ver ecuación 39).

La mayor demanda efectiva genera incentivos para que las empresas contraten más trabajo. No obstante, el incremento en la inversión pasada implica que las empresas tienen una mayor capacidad productiva. Por lo que, tanto la demanda efectiva como la capacidad productiva crecen. Si la demanda efectiva crece más (menos) que la capacidad productiva las empresas tendrán incentivos para incrementar (reducir) su demanda de trabajo. Este resultado se resume en la siguiente condición:

$$\eta_{q_{bgt+j} \hat{q}_{dt+j+1}} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \eta_{q_{kt+j+1}, q_{t+j+1}} \eta_{q_{bgt+j}, q_{kt+j+1}} \rightarrow \frac{dt_{t+j+1}}{dq_{bgt+j}} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (41)$$

La expresión (41) muestra que si la elasticidad gasto público-demanda efectiva es mayor (menor) (igual) al producto de las elasticidades gasto público-capital y capital-producción, entonces el nivel de empleo aumentará (disminuirá) (no cambiará). Es decir, siempre que el gasto público incremente a la demanda efectiva en un mayor monto que la capacidad productiva, el empleo se incrementará, en el caso contrario el empleo se reducirá. Esto se debe a que las empresas maximizan su ganancia cuando producen todo lo que el mercado les demanda, por lo que ajustan su demanda de trabajo para garantizar que su producción coincida con la demanda efectiva vigente.

Hay tres puntos a resaltar en este análisis: 1) la capacidad del gasto público en consumo de trascender en el tiempo, 2) la forma en que el gasto público afecta tanto a la capacidad productiva como a la demanda efectiva y 3) la razones por las que el empleo cambia.

Respecto al primer punto, el motivo por el que los efectos del incremento del gasto público en consumo son capaces de trascender en el tiempo se debe a que modifica la decisión de inversión de su periodo. Es el cambio en la inversión la que trasciende en el tiempo modificando los precios y las asignaciones en los periodos subsecuentes al aumento del gasto público.

En relación con el segundo punto, el incremento del gasto público modifica, tanto la demanda efectiva como la capacidad productiva, porque influye sobre la inversión, es decir, es el carácter dual de la inversión (capaz de generar tanto demanda efectiva como capacidad productiva) la que permite esto. Nótese que, en el periodo en que se

toma la decisión de inversión, ésta forma parte de la demanda efectiva, no obstante, para el siguiente periodo es parte de la capacidad productiva de la economía.

Para finalizar, el último punto a destacar es el hecho de que el empleo se modifica para garantizar que las empresas ajusten su producción a la demanda efectiva vigente. Por lo que, el ajuste entre demanda y oferta, se da vía cantidades, no sólo a través de los precios.

A *priori* no es posible determinar si el nivel de empleo aumenta, disminuye o no se modifica en este escenario. Sin embargo, en dicho escenario la mayor demanda efectiva garantiza que la economía crezca, por lo que, al ser congruente con la evidencia estadística que muestra que el empleo es pro cíclico, será de esperar que el empleo aumente o en el peor de los casos no cambie, pero sería muy poco plausible que disminuya. No obstante, ésta es una posibilidad del modelo.

La forma en que en este modelo se explican los cambios en los niveles de empleo contrasta fuertemente con la idea que habitualmente se ofrece en los modelos de equilibrio general dinámico. En el trabajo seminal de Baxter y King (1993) el gasto público incrementa el nivel de empleo, debido a que al aumentar los impuestos los consumidores ven reducida su riqueza y, por tanto, aumentan su oferta de trabajo. En la literatura especializada dicho mecanismo se le conoce, usualmente, como efecto riqueza y una de sus principales características es que los cambios en los niveles de empleo se explican por modificaciones en la oferta de trabajo, por lo que el desempleo es voluntario.

Cabe aclarar que el efecto riqueza está presente en la mayoría de los modelos de equilibrio general dinámico, incluso en aquellos que postulan monopolios y rigideces en precios, es decir, en el marco de la nueva síntesis neoclásica. Al respecto Linnemann y Schabert (2003) demuestran que los supuestos de precios rígidos, *mark up* y una regla de Taylor no son suficientes para producir resultados que se desvíen mucho de los presentados por Baxter y King, esto es, los cambios en los niveles de empleo se siguen explicando con base en el efecto riqueza.

La principal diferencia que existe entre los resultados obtenidos aquí y los usualmente obtenidos en los modelos de EGD, los cuales explican los cambios en el empleo a través del efecto riqueza, radica en que en nuestro marco analítico el desempleo es involuntario, mientras que en los otros el desempleo es voluntario, pero tras la actual crisis económica ¿quién podría argumentar que el desempleo es voluntario?

La explicación ofrecida en este estudio sobre el cambio en los niveles de empleo coincide con las intuiciones presentadas en Harrod

(1939). El autor argumentaba que tanto el empleo como la inversión se incrementarían (reducirían) siempre que esta última hiciera crecer a la demanda efectiva en mayor (menor) monto que el aumento de la capacidad productiva. No obstante, Harrod no distingue entre inversión y empleo, simplemente señala que este último se moverá en el mismo sentido que la inversión. El análisis del multiplicador se realizará con base en el incremento del gasto público pasado, sin considerar cómo varía el gasto público actual. La razón de ello es que la variación del gasto público actual es endógena, es decir, se ajusta para garantizar que la restricción presupuestal del gobierno se verifique, en contraste, el incremento del gasto público pasado fue exógeno. Esta forma de analizar el multiplicador se sostendrá en el siguiente escenario. De las ecuaciones del modelo resulta que el multiplicador del gasto es:

$$\frac{dq_{t+j+1}}{dq_{gt+j}} = (\eta_{t+j+1, q_{t+j+1}} \eta_{q_{bg t}, t_{t+j+1}} + \eta_{q_{k+j}, q_{t+j+1}} \eta_{q_{bg t}, q_{kt+j}}) \quad (42)$$

$$\frac{q_{t+j+1}}{q_{bg t+j}} > 0$$

La ecuación (42) muestra cómo cambió la producción $t+j+1$ ante un incremento en el gasto público en $t+j$, es decir, es el multiplicador del gasto en $t+j+1$. Este está determinado por tres elementos, el primero es el producto de las elasticidades deuda pública-trabajo por trabajo-producto

$$(\eta_{t+j+1, q_{t+j+1}} \eta_{q_{bg t}, t_{t+j+1}}),$$

el segundo es el producto de las elasticidades deuda pública-capital por capital-producto

$$(\eta_{q_{k+j}, q_{t+j+1}} \eta_{q_{bg t}, q_{kt+j}}).$$

El primer y segundo elemento muestran que el gasto público determina la tasa de crecimiento del producto al modificar la demanda de los dos factores de la producción: trabajo y capital. El tercer elemento es la razón producto en $t+j+1$ - deuda pública en $t+j$, e igual que el multiplicador en $t+j$ existe una relación inversa entre el tamaño del multiplicador y el monto de la deuda pública.

El multiplicador del gasto es positivo debido a que la mayor inversión pasada hizo crecer la inversión presente y, por tanto, la demanda

efectiva vigente; lo cual motivó a las empresas a ajustar su producción a la alza. Adviértase que, pese a que la mayor inversión pasada aumentó la capacidad productiva de las empresas, el incremento en la demanda efectiva es suficiente para garantizar que la producción aumente con respecto al periodo pasado, aun si la mayor capacidad productiva obliga a reducir la demanda de trabajo. Es decir, el signo positivo del multiplicador está determinado por el incremento en la inversión.

En este escenario, tanto el multiplicador en $t+j$ como en $t+j+1$ son positivos. Existe evidencia estadística que es congruente con dicho resultado. Perroti (2006) muestra, a través de un modelo VAR y con series de 1960 a 2001, que el multiplicador del gasto en Estados Unidos es positivo, tanto en el año que se ejerce el gasto como en los dos años posteriores.

Por otra parte, el gasto público en este periodo tendrá que ajustarse para satisfacer su restricción presupuestal. Por un lado, el gasto podría incrementarse debido a dos razones: 1) la masa tributaria se incrementa como consecuencia del crecimiento del ingreso de los agentes y 2) el costo de la deuda pasada se reduce debido a la disminución en la tasa de interés en $t+j+1$. Por otro lado, el gasto podría reducirse ya que la mayor deuda pasada tiene que ser liquidada en este periodo. La ecuación que muestra el comportamiento del gasto es:

$$\begin{aligned} \frac{dq_{gt+j+1}}{dq_{bgt+j}} = & \alpha \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right) \left(\beta \frac{q_{t+j+1}}{t_{t+j+1}} t'_{t+j+1}(q_{bgt+j}) + \gamma \frac{q_{t+j+1}}{q_{kt+j+1}} \right. \\ & \left. q'_{kt+j}(q_{bgt+j}) - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j+1} t'_{t+j+1}(q_{bgt+j}) \right) - \\ & (1+r_{t+j+1}) - \frac{d(1+r_{t+j+1})}{dq_{bgt+j}} q_{bgt+j} \end{aligned} \quad (43)$$

El primer miembro de la ecuación (43) es el incremento en la masa tributaria, el segundo el aumento del pago de la deuda debido a que ésta creció y el tercero es la reducción del pago de la deuda ya que el interés disminuyó.

En los periodos subsecuentes a $t+j+1$, los precios y las asignaciones se comportarán de forma análoga a como lo hicieron en este periodo, es decir, la tasa de interés se reducirá a consecuencia del mayor ingreso presente que generó la inversión pasada, la menor tasa

de interés motivará a las empresas a incrementar su inversión lo que provocará que la demanda efectiva de dicho periodo crezca. Nótese que la inversión realizada en el periodo inmediato anterior incrementa tanto la capacidad productiva como la demanda efectiva; siempre que éstas coincidan las empresas no tienen incentivos para modificar su demanda de trabajo, por lo que el nivel de empleo no cambiará. Sin embargo, si la demanda efectiva creciera más (menos) que la capacidad productiva, entonces las empresas incrementarían (reducirán) la demanda de trabajo para ajustar su producción a la mayor demanda efectiva. Por lo que, el carácter dual de la inversión determina las variaciones en los niveles de empleo.

El crecimiento de la demanda efectiva con respecto a su anterior nivel garantiza que la producción crezca. En consecuencia, la economía entrará en una senda de crecimiento sostenido debido al incremento continuo de la inversión. Es decir, en última instancia el crecimiento de la economía en los periodos siguientes al crecimiento del gasto público se debe a que este último tuvo un efecto atracción sobre la inversión.

El gasto público se incrementará ya que el crecimiento del producto aumenta el ingreso del gobierno, además, la reducción de la tasa de interés disminuye el costo de la deuda, por lo que el gobierno contará con más recursos para poder incrementar su gasto. Adviértase que lo que sucede con el gasto público es similar a lo que ocurre con él en el período $t + j + 1$, pero con la diferencia de que en ese periodo la deuda pública pasada había aumentado, en cambio en los periodos posteriores a $t + j + 1$ la deuda pública no aumenta.

Es importante resaltar que en este escenario el gasto público puede crecer sin incrementar la tasa de impuestos. Dicho resultado contrasta fuertemente con la idea de “*no free lunch*”, según la cual nada es gratis. Por lo que todo incremento en el gasto público tiene que ser financiado con mayores impuestos, futuros o presentes. Esta idea se sostiene siempre y cuando los ingresos de los agentes sean constantes, pero deja de ser válida en la medida en que el gasto público genera recursos para financiarse.

5.2.1. Hacia una senda de crecimiento sostenido, con restricción de oferta de trabajo

Si la economía crece sostenidamente y la inversión expande la demanda efectiva en un mayor monto que la producción, y por tanto el

empleo aumenta, entonces tarde o temprano la demanda de trabajo rebasará la oferta del mismo, pues hemos supuesto que la población no crece. Lo cual nos obliga a analizar si una población que no crece puede ser una restricción para el crecimiento.

Supongamos que en el periodo t prácticamente toda la población está empleada, de tal manera que la diferencia entre oferta y demanda de trabajo es despreciable. Al inicio del periodo $t+1$ la tasa de interés se reducirá a consecuencia de la mayor inversión en t , como lo muestra la ecuación (35).

La menor tasa de interés aumentará la inversión y , en consecuencia, la demanda efectiva (véanse ecuaciones (39) y (40)). Si la demanda efectiva crece más que la capacidad productiva, las empresas demandaran más trabajo (esto implica suponer que la ecuación (41) es positiva). Sin embargo, debido a que la economía está muy cerca del pleno empleo, las empresas demandaran más trabajo del que se encuentra disponible. Por lo que no podrán ajustar su producción a la mayor demanda, es decir, la demanda será mayor que la oferta, lo que generará un desequilibrio en el mercado de bienes.

Pese al desequilibrio en el mercado de bienes las empresas seguirán obteniendo ganancias, ya que venden todo lo que producen. Así, la ganancia de las empresas será:

$$\frac{d\Pi_{t+j+1}}{dq_{gt+j}} = (\eta_{q_{k+j}q_{t+j+1}}\eta_{q_{bgt},q_{kt+j}}) \frac{q_{t+j+1}}{q_{bgt+j}} > 0 \quad (44)$$

La ganancia de las empresas equivale al multiplicador crecimiento de la producción.¹⁵ Por lo que todo el incremento en la producción se va a ganancias, lo anterior implica que el ingreso de los consumidores viejos no aumentó pese a que ahorraron más en el periodo pasado, ello debido a la caída en la tasa de interés.

Hay que observar que el multiplicador en este escenario es menor que el que se obtendría si el nivel de empleo hubiera aumentado (ver ecuación (42)). Lo anterior implica que la economía crece menos de lo que podría si el empleo hubiera aumentado.

Para los periodos siguientes la economía se comportará de manera análoga a este periodo. Lo anterior implica que una población constante no es un límite para el crecimiento económico, ya que el crecimiento está determinado por la inversión y no por los cambios en el empleo.

¹⁵ Para ver esto se evaluó la ecuación (42) cuando $\frac{dt_{t+j+1}}{q_{bgt+j}}=0$.

El resultado difiere del argumento de Harrod (1939), según el autor cuando la economía llega al pleno empleo no es posible crecer por encima de la tasa natural, es decir, no es posible crecer si se demanda más trabajo del que se ofrece. La razón de ello es que, al no poder contratar más empleados, el capitalista subutiliza el capital y, por tanto, para el siguiente periodo demanda menos capital. Esto no pasa en nuestro modelo porque, a diferencia del modelo de Harrod, suponemos una función de producción con sustituibilidad bruta positiva, por lo que siempre la empresa puede sustituir trabajo por capital, así la escases de trabajadores no implicará que el capital se subutilice.

5.3. *Hacia una senda de recesión*

En este escenario se explica porqué pese a que en un primer momento el mayor gasto público puede incentivar el empleo y la producción, en los siguientes periodos provocará que la economía entre en una senda de recesión.

El escenario se caracteriza porque el incremento en el gasto público no fue capaz de generar los recursos que requiere para financiarse, lo que provocó que la tasa de interés aumentara, desplazando así la inversión. La menor inversión en el periodo $t + j$ provoca que la capacidad productiva en $t + j + 1$ se reduzca y con ello los agentes esperen que el ahorro de ese periodo disminuya. El menor ahorro en $t + j + 1$ explica porque la inversión en ese periodo disminuye, así con base en la inecuación (39) se tiene:

$$\frac{dq_{kt+j+2}}{dq_{bgt+j}} = (1 - \alpha) \gamma \frac{q_{t+j+1}}{q_{kt+j+1}} q'_{kt+j+1} (q_{bgt+j}) < 0 \quad (45)$$

La caída en la inversión tanto en el periodo $t + j$ como en $t + j + 1$ genera que la demanda efectiva vigente en el período $t + j$ disminuya. El análisis de la caída en la demanda efectiva es análogo al realizado en la sección anterior, por lo que la inecuación (40) sería válida siempre que se considere que la inversión pasada disminuyó. La caída en la demanda efectiva provoca que la producción disminuya.

La menor demanda efectiva ocurre a la par de la reducción en la capacidad productiva, esta última originada por la caída en la inversión pasada. Las empresas ajustarán su demanda de trabajo para hacer coincidir su producción con la demanda efectiva vigente.

Siempre que se considere que la inversión se redujo y que la demanda efectiva disminuyó, la expresión (41) explicará cómo cambia el empleo en este escenario. Si la demanda efectiva se redujo más (menos) (en la misma proporción) que la capacidad productiva, el empleo disminuirá (aumentará) (no cambiará) para asegurar que las empresas produzcan exactamente lo que el mercado les demanda.

El multiplicador del gasto estará expresado en la ecuación (42), siempre que se considere que la inversión pasada disminuyó, por lo que la interpretación del multiplicador es análoga a la del escenario pasado. El hecho de que la inversión pasada haya disminuido implica que el multiplicador es negativo, esto es porque la menor inversión pasada redujo la demanda efectiva, y con ello motivo a las empresas a ajustar su producción a la baja. Considérese que, aun cuando la menor inversión pasada también redujo la capacidad productiva de las empresas, la caída en la demanda efectiva es suficiente para asegurar que la producción disminuya con respecto a su nivel anterior.

En este escenario el multiplicador en el primer periodo fue positivo, no obstante, en el segundo fue negativo. Existe evidencia estadística que es congruente con dicho resultado. Perroti (2005) muestra con un modelo VAR y una serie de datos de 1940 a 2001, que para Alemania el multiplicador del gasto es positivo el primer año, pero negativo los dos años siguientes.

El comportamiento del gasto público se explicará por la ecuación (45), siempre y cuando se considere que la caída en la inversión disminuyó el ingreso de los agentes. En consecuencia, el gasto público disminuirá por tres razones: 1) se reducirá la recaudación del gobierno debido a que ha disminuido el ingreso de los agentes, 2) se ha incrementado el costo de la deuda pública pasada, debido al crecimiento en la tasa de interés y 3) la deuda pública pasada aumentó, por lo que el gobierno requiere más ingresos para liquidarla.

En los periodos posteriores a $t+j+1$, la economía se comportará de manera análoga a como lo hizo en este periodo, por lo que entrará en una senda de decrecimiento sostenido. Es importante resaltar que la recesión en esta economía se debe a que el gasto público desplazó a la inversión privada, por lo que el efecto *crowding out* tiene efectos más nocivos de los que regularmente se le atribuyen.

El gasto público en los periodos posteriores a $t+j+1$ se reducirá. Sin embargo, esto no implica que la hipótesis de “*no free lunch*” se verifique, es decir, no se trata de que los agentes tengan que pagar el incremento del gasto con mayores impuestos o lo que sería equivalente a que el gasto público se reduzca en el mismo valor en que se incrementó inicialmente. El fenómeno del gasto público en tal esce-

nario es un poco más complejo. Cuando el gasto público no genera los suficientes recursos para financiarse en $t+j$ para los periodos posteriores a éste, destruye recursos, por lo que su caída es cada vez más prolongada.

6. Conclusiones

En este artículo se mostró que un incremento del gasto público en consumo, que es financiado con deuda, inicialmente incrementa la demanda efectiva y con ello genera incentivos para que las empresas produzcan más. Por lo que demandan más trabajo para ajustar su producción a la mayor demanda. El incremento en producción puede o no ser suficiente para generar los recursos necesarios para financiar el mayor gasto público, de donde se desprenden tres posibles trayectorias a seguir para la economía:

1. Si el gasto público genera más recursos que los que requiere para financiarse, tendrá un efecto atracción sobre la inversión. La mayor inversión provocará que la economía se sitúe en una senda de crecimiento.

2. Si el gasto público no es capaz de generar los recursos que necesita para financiarse, entonces competirá por recursos con la inversión y la desplazará. La menor inversión provocará que la economía se coloque en una senda de decrecimiento.

3. Si el gasto público genera exactamente los recursos que requiere para financiarse, éste no tendrá ningún impacto sobre la inversión. Al mantenerse la inversión constante la economía se ubicará en un nuevo estado estacionario caracterizado por mayores niveles de empleo y producción.

Es importante resaltar que en este modelo, a diferencia de lo que usualmente se postula en la NSN, el desempleo es involuntario, por lo que se abre la posibilidad de que la política fiscal pueda atenuar una de las grandes patologías económicas de nuestra época. Lo anterior obliga a reevaluar el estudio de la política fiscal como un instrumento poderoso para solucionar problemas de demanda efectiva, pero sin dejar de tener en cuenta que existen situaciones en las que éste puede causar más problemas que los que soluciona.

Referencias

- Arestis, P. y M. Sawyer. 2003. Reinstating Fiscal Policy, *Journal of Post Keynesian Economics*, 26(1): 3-25.
- Argandoña, A., C. Gámez y F. Mochón. 1996. *Macroeconomía avanzada*, vol. I y II, España, Mc Graw Hill.
- Barro, R. 1989. The Ricardian Approach to Budget Deficits, *Journal of Economic Perspectives*, 1(2): 37-54.
- Baxter, M. y R. King. 1993. Fiscal Policy in General Equilibrium, *American Economic Review*, 83: 315-334.
- Blanchard, O., G. Dell'Ariccia y P. Mauro. 2010. Rethinking Macroeconomic Policy, IMF Staff Position Note, SPN/10/03, Febrero 12, pp. 19.
- Charpe, M. y S. Bridji. 2012. Labour Market and Fiscal Policy, Graduate Institute of International and Development Studies, Working Paper, núm. 3, pp. 38.
- Clower, R. W. 1965. The Keynesian Counter-Revolution: A Theoretical Appraisal, en F.H. Hahn y F.P. Brechling (comps.), *The Theory of Interest Rate*, Londres, Macmillan.
- Corsetti, G., A. Meier y G. Müller. 2009. Fiscal Stimulus with Spending Reversals, IMF Working Paper, WP/9/106, pp. 39.
- Debreu, G. 1973. *Teoría del valor*, España, Antoni Bosch.
- Eggertsson, G.B. 2009. What Fiscal Policy Is Effective at Zero Interest Rates?, Staff Report no. 402, Federal Reserve Bank of New York, pp. 34.
- Féliz, M. y J.C. Neffa. 2006. Acumulación de capital, empleo y desocupación. Una introducción a la economía del trabajo en las obras de Marx, en J.C. Neffa et al. (comps.) *Teorías económicas sobre el mercado de trabajo*, vol.1, *Marxistas y keynesianos*, Argentina, Fondo de Cultura Económica, pp. 15-74.
- Fontana, G. 2009. Whither New Consensus Macroeconomics? The Role of Government and Fiscal Policy In Modern Macroeconomics, The Levy Economics Institute of Bard College, Working Paper, núm. 563, pp. 24.
- Hahn, F. y R. Solow. 1995. *A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory*, MIT Press.
- Hemming, R., M. Kell y S. Mahfouz. 2002. The Effectiveness of Fiscal Policy in Stimulating Economic Activity: A Review of the Literature, IMF Working Paper, WP/02/08, pp. 53.
- Kalecki, M. 1956. *Teoría de la dinámica económica*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Keynes, J.M. 1936. *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*, 4a. edición, México, Fondo de Cultura Económica, 2003.
- Klimovsky, A. 2000. Modelos básicos de las teorías de los precios, *Cuadernos de Economía*, XIX(32): 77-103.
- Leijonhufvud, A. 1968. *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes*, Nueva York, Oxford University Press.
- Linnemann, L. y A. Schabert. 2003. Fiscal Policy in the New Neoclassical Synthesis, *Journal of Money, Credit and Banking*, 35(6): 911-929.

- Noriega, F. 1994. *Teoría del desempleo, la distribución y la pobreza*, México, Ariel.
- . 2001. *Macroeconomía para el desarrollo: teoría de la inexistencia del mercado de trabajo*, México, Mc Graw Hill.
- . 2006. Free Trade and Poverty, en A. Volbert y K. HansHelmut (comps.), *Global Divergence in Trade, Money and Policy*, Alemania, Edward Elgar Publishing.
- Pérez, P. y J.C. Neffa. 2006. La teoría del empleo según J.M. Keynes, en J.C. Neffa et al. (comps.) *Teorías económicas sobre el mercado de trabajo*, vol.1, *Marristas y keynesianos*, Argentina, Fondo de Cultura Económica, pp. 75-96.
- Perotti, R. 2005. Estimating the Effects of Fiscal Policy in OECD Countries, Centre for Economic Policy Research, CEPR Discussion Paper, núm. 4842.
- . 2006. Public Investment and the Golden Rule: Another (Different) Look, IGER Working Paper, núm. 277.
- Prieto Rodríguez, C. 1989. Mercado de trabajo?, *Revista Española de Investigaciones Sociológicas*, 47: 177-192.
- Robinson, J. 1980. Time in Economic Theory, *Kyklos*, 32(2): 219-229.
- Rodríguez Nava, A. 2005. Desempleo involuntario en equilibrio general competitivo, tesis doctoral, Universidad Autónoma Metropolitana.
- Spilimbergo, A., M. Symansky y S. Schindler. 2009. Fiscal Multipliers, IMF Staff Positions Note, SPN/09/11, Mayo 20, pp. 15.
- Velázquez Orihuela, D. 2009. Teoría de la dinámica de las economías de mercado: un modelo de generaciones traslapadas en el marco analítico de la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo, tesis doctoral, Universidad Autónoma Metropolitana.
- Woodford, M. 2009. Convergence in Macroeconomics: Elements of the New Synthesis, *American Economic Journal: Macroeconomics*, 1(1): 267-279.
- Woodford, M. 2011. Simple Analytics of the Government Expenditure Multiplier, *American Economic Journal: Macroeconomics*, 3(1): 1-35.

Anexo matemático

La dinámica del modelo se estudia a partir de replantear las ecuaciones de demanda de trabajo, capital, demanda efectiva, producto y mercado de bienes en $t + j + 1$ de la siguiente manera.

Al sustituir la ecuación (7) en (8) y ésta en (23) se obtiene:

$$t_{t+j}^* = \left(\frac{1 - \beta - \gamma}{\beta} \right) \left(\frac{\hat{q}_{dt+j}}{\hat{q}_{kt+j}^\gamma} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (A1)$$

Al sustituir (A1) en (6) se obtiene:

$$t_{t+j} = \left(\frac{1 - \gamma}{\beta} \right) \left(\frac{\hat{q}_{dt+j}}{\hat{q}_{kt+j}^\gamma} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (A2)$$

Al resolver t_{t+j}^* en la ecuación (6) y sustituir éste en (7) se obtiene:

$$q_{kt+j} = \left(\frac{\gamma}{1 - \gamma} \right) \frac{w_{t+j}}{(1 + r_{t+j})} t_{t+j} \quad (A3)$$

Si se resuelve t_{t+j}^* en la ecuación (6) y se sustituye en la función de producción se llega a:

$$q_{t+j} = \left(\frac{\beta}{1 - \gamma} t_{t+j} \right)^\beta \hat{q}_{kt+j}^\gamma \quad (A4)$$

Si se sustituye (11), (A3) y (A4) en la igualdad ahorro-inversión-deuda pública y se considera que

$$\Pi_{t+j} = q_{t+j} - w_{t+j} t_{t+j} - (1 + r_{t+j}) q_{kt+j}$$

se obtiene:

$$\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right) \frac{w_{t+j+1}t_{t+j+1}}{(1+r_{t+j+1})} + q_{bgt+j} = \quad (A5)$$

$$(1-\alpha) \left[\left(\frac{\beta}{1-\gamma}\right)^\beta t_{t+j}^\beta q_{kt+j}^\gamma - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} t_{t+j} \right]$$

Al sustituir (9) y la restricción presupuestal del gasto público en la definición de demanda efectiva, y se considera que $(1+r_{t+j+1})A_{t+j+1} = q_{c2t+j+1}$ y la ecuación (A5) se llega a:

$$\hat{q}_{dt+j} = \alpha \left[\left(\frac{\beta}{1-\gamma}\right)^\beta t_{t+j}^\beta q_{kt+j}^\gamma - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} t_{t+j} \right] \quad (A6)$$

$$+ \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right) w_{t+j} t_{t+j} + q_{kt+j+1} + q_{bgt+j}$$

Al sustituir (9) en la restricción presupuestal del gobierno y considerar que $\Pi_{t+j} = q_{t+j} - w_{t+j}t_{t+j} - (1+r_{t+j})q_{kt+j}$ y las ecuaciones (A3) y (A4) se obtiene:

$$q_{gt+j} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \alpha \left[\left(\frac{\beta}{1-\gamma}\right)^\beta t_{t+j}^\beta q_{kt+j}^\gamma - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} t_{t+j} \right] \quad (A7)$$

$$+ q_{bgt+j} - (1+r_{t+j})q_{bgt+j-1}$$

Si se aplica el operador de expectativas a la ecuación (A5),¹⁷ y se diferencia con respecto a la tasa de interés y la deuda pública, y se considera que la hipótesis de miopía implica que la única expectativa que los agentes modifican es el nivel de empleo, se obtiene la ecuación (25).

¹⁷ Nótese que, por simplicidad, el operador E sólo aparece en las variables vigentes en el periodo de estudio, pero que aún no se han realizado.

En la ecuación (25)

$$\beta E \left(\left(\frac{q_t}{t_t} \right) \frac{dt_{t+j}}{dE(t_{t+j})} \right) = E \left[\left(\frac{\beta}{1-\gamma} \right) q_{kt}^\gamma \beta t_t^{\beta-1} \frac{dt_t}{dEt_t} \right] \quad (A8)$$

Al aplicar el operador de expectativas a la ecuación (A6) y diferenciar con respecto a la deuda pública y a la demanda efectiva se obtiene la ecuación (27). Para obtenerla, adviértase que la hipótesis de agentes pequeños implica que los agentes no son capaces de ver cómo los cambios en sus decisiones de empleo modifican la demanda efectiva. Por lo que:

$$\frac{dE(\hat{q}_{dt+j})}{dE(t_{t+j})} = 0.$$

No obstante, debido a que la deuda pública modifica la demanda, y con ello el nivel de empleo, los agentes si esperan que el empleo cambie a consecuencia de una mayor demanda, tal que, al aplicar el operador de expectativas a la ecuación (A2) y diferenciar con respecto a la deuda y la expectativa de empleo se obtiene:

$$\frac{dE(t_{t+j})}{dq_{bgt}} = \left(\frac{1-\gamma}{\beta} \right) q_{kt+j}^{-\frac{\gamma}{\beta}} E \left(\frac{1}{\beta} \hat{q}_{dt+j}^{\frac{1}{\beta}-1} \frac{d\hat{q}_{dt+j}}{dE(\hat{q}_{dt+j})} \right) \frac{dE(\hat{q}_{dt+j})}{dq_{bgt}} \quad (28)$$

Al diferenciar (A3) con respecto a la deuda pública se obtiene:

$$\frac{dq_{kt+j+1}}{dq_{bgt+j}} = - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) \frac{w_{t+j+1} t_{t+j+1}}{(1+r_{t+j+1})^2} \frac{d(1+r_{t+j+1})}{dq_{bgt+j}} \quad (A8)$$

Si se sustituye (25) en (A8) se obtiene (29). Al diferenciar (A6) con respecto a la demanda efectiva y la deuda pública se llega a:

$$\frac{d\hat{q}_{dt+j}}{dq_{bgt+j}} = \frac{dq_{kt+j+1}}{dq_{bgt+j}} + 1 \quad (A9)$$

Al sustituir (29) en (A9) resulta la ecuación (30). Si se diferencia (A2) con respecto a la demanda efectiva y a la deuda pública se obtiene la ecuación (31). Donde

$$t_{t+j} = \left(\frac{1-\gamma}{\beta} \right) \left(\frac{\hat{q}_{dt+j}}{q_{kt+j}^\gamma} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (\text{A10})$$

Con base en (A2) resulta que:

$$\frac{d\hat{q}_{dt+j}}{dt_{t+j}} \frac{t_t}{\hat{q}_{dt+j}} = \alpha \left[\beta \frac{q_{t+j}}{t_{t+j}} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} \right] \frac{t_{t+j}}{\hat{q}_{t+j}} + \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} \frac{t_{t+j}}{\hat{q}_{dt+j}} \quad (\text{A11})$$

Por lo que, si

$$\beta > \alpha \left[\beta \frac{q_{t+j}}{t_{t+j}} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} \right] \frac{t_{t+j}}{\hat{q}_{t+j}} + \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} \frac{t_{t+j}}{\hat{q}_{dt+j}} \rightarrow \quad (\text{32})$$

$$\frac{(1-\gamma)}{\gamma} \beta \frac{q_{t+j}}{t_{t+j}} > w_{t+j}$$

Al diferenciar (A4), con respecto al producto y a la deuda pública, y considerar que sólo el nivel de empleo cambió a consecuencia de la mayor deuda, y después de algunos arreglos algebraicos se obtiene la ecuación (33).

A partir de (A7) si se diferencia el gasto público con respecto a la deuda pública y se considera que el empleo cambio se obtiene la ecuación (35).

A continuación se explica la obtención de las ecuaciones de la dinámica de los periodos posteriores a $t+j$, en el entendido de que el primer escenario de estudio implica que:

$$q'_{kt+j+1}(q_{bgt+j}) = 0,$$

el segundo

$$q'_{kt+j+1}(q_{bgt+j}) > 0$$

y el tercero

$$q'_{kt+j+1}(q_{bgt+j}) < 0.$$

Al adelantar un periodo la ecuación (A5) y considerar que la inversión pasada aumentó, pero la expectativa de los agentes sobre el nivel de empleo no tienen porque cambiar, se obtiene la ecuación (35). Donde

$$E(q_{t+j+1}) = \left(\frac{\beta}{1-\gamma}\right)^\beta E(t_{t+j+1}^\beta) q_{kt+j}^\gamma$$

Si se adelanta un periodo (A3), y se diferencia ésta con respecto a la deuda pública, y se sustituye en el resultado a (35) se obtiene:

$$\frac{dq_{kt+j+2}}{dq_{bgt+j}} = (1-\alpha)\gamma \frac{E(q_{t+j+1})}{q_{kt+j+1}} q'_{kt+j+1}(q_{bgt+j}) \quad (39)$$

Al adelantar un periodo la ecuación (A6) y considerar que la inversión pasada cambió, se tiene que la diferencial de la demanda en $t+j+1$ con respecto a la deuda en $t+j$ se obtiene:

$$\frac{d\hat{q}_{dt+1}}{dq_{bgt+j}} = \alpha\gamma \frac{E(q_{t+j+1})}{q_{kt+j+1}} \frac{dq_{kt+j+1}}{dq_{bgt+j}} + \frac{dq_{kt+j+2}}{dq_{bgt+j}} \quad (A10)$$

Si se sustituye (39) en (A10) se obtiene la ecuación (40).

Al adelantar un periodo la ecuación (A2), y diferenciar ésta con respecto al empleo y la deuda pública, y considerar que la inversión pasada aumentó se tiene:

$$\frac{dt_{t+j+1}}{dq_{bgt+j}} = \quad (A11)$$

$$\frac{\left(\frac{1-\gamma}{\beta}\right) \left[\left(\frac{1}{\beta}\right) \frac{\hat{q}_{dt+j+1}^{1/\beta-1}}{q_{kt+j+1}} \frac{d\hat{q}_{dt+j+1}}{\gamma/\beta} \frac{dq_{kt+j+1}}{dq_{bgt+j}} - \left(\frac{\gamma}{\beta}\right) \frac{\hat{q}_{dt+j+1}^{1/\beta}}{q_{kt+j+1}} \frac{dq_{kt+j+1}}{\gamma/\beta+1} \frac{dq_{kt+j+1}}{dq_{bgt+j}} \right]}{1 - \left(\frac{1-\gamma}{\beta}\right) \left(\frac{1}{\beta}\right) \frac{\hat{q}_{dt+j+1}^{1/\beta-1}}{q_{kt+j+1}} \frac{d\hat{q}_{dt+j+1}}{\gamma/\beta} \frac{dq_{kt+j+1}}{dt_{t+j+1}}} \leq 0$$

Del numerador de (A11) resulta la ecuación (41).

Si se adelanta un periodo (A4) y se diferencia con respecto a la deuda pública pasada, (al considerar que tanto el empleo como la inversión pasada cambiaron) se llega a:

$$\frac{dq_{t+j+1}}{q_{t+j+1}} = \left(\eta_{t_{t+j+1}q_{t+j+1}} \eta_{q_{bgt,t_{t+j+1}}} + \eta_{q_{k+j}q_{t+j+1}} \eta_{q_{bgt,q_{k+t+j}}} \right) \frac{dq_{bgt+j}}{q_{bgt+j}} \quad (A12)$$

Al considerar que en el documento se asume que:

$$\left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right) \alpha \left(\beta \frac{q_{t+j}}{t_{t+j}} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+j} \right) \frac{dt_{t+j}}{dq_{bgt+j}} \approx \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right)$$

$$\frac{w_{t+j}}{q_{k+t+j}} \frac{dt_{t+j}}{dq_{bgt+j}} \rightarrow dq_{bgt+j} = dq_{gt+j}.$$

Al sustituir esta igualdad en (A12) y después de algunos arreglos algebraicos se obtiene la ecuación (42).

Al adelantar un periodo (A7) y diferenciarla con respecto a la deuda pública pasada, (al considerar que tanto el empleo como la inversión pasada cambiaron) se llega a la ecuación (43).

Si se considera que por definición

$$\Pi_{t+j} = q_{t+j} - w_{t+j}t_{t+j} - (1+r_{t+j})q_{k+t+j}$$

y se sustituye en esta definición (A3) y (A4) se obtiene:

$$\Pi_{t+j} = \left(\frac{\beta}{1-\gamma} t_{t+j} \right)^\beta q_{k+t+j}^\gamma - \left(\frac{1}{1-\gamma} \right) \frac{w_{t+j}}{(1+r_{t+j})} t_{t+j} \quad (A13)$$

Al adelantar un periodo (A13) y diferenciarlo con respecto a la ganancia y a la deuda pública pasada (al considerar que hay pleno empleo y que $\frac{dq_{k+t+j+1}}{db_{gt+j}} > 0$) se obtiene la ecuación (44).