

PANORAMA ECONÓMICO

volumen IX

número 17

julio-diciembre, 2013

**¿ QUÉ EFECTO TIENE UN INCREMENTO EN EL IMPUESTO
AL CONSUMO, CUANDO ÉSTE SE UTILIZA PARA REDUCIR
LA DEUDA PÚBLICA?**

Daniel Velázquez-Oribuela

**THE IMPACT OF MIGRATION AND REMITTANCES ON
DISTRIBUTION AND SOURCES OF INCOME:
THE MEXICAN RURAL CASE**

José Jorge Mora-Rivera

**EN TORNO A LA MEDICIÓN DEL PRODUCTO INTERNO BRUTO
(MEASUREMENT OF GDP FOR DUMMIES)**

Carlos Guerrero-de-Lizardi

**ESTUDIO DE VOLATILIDAD IMPLÍCITA A TRAVÉS DEL ANÁLISIS
DE COMPONENTES PRINCIPALES**

Guillermo Sierra-Juárez
Francisco Ortiz-Arango



PANORAMA ECONÓMICO

ÍNDICE

¿Qué efecto tiene un incremento en el impuesto al consumo,
cuando éste se utiliza para reducir la deuda pública?

Daniel Velázquez-Orihuela 7

The impact of migration and remittances on distribution
and sources of income: the mexican rural case

José Jorge Mora-Rivera 41

En torno a la medición del Producto Interno Bruto
(Measurement of GDP for dummies)

Carlos Guerrero-de-Lizardi 77

Estudio de Volatilidad Implícita a través del Análisis
de Componentes Principales

Guillermo Sierra-Juárez y Francisco Ortiz-Arango 109

¿QUÉ EFECTO TIENE UN INCREMENTO EN EL IMPUESTO AL CONSUMO, CUANDO ÉSTE SE UTILIZA PARA REDUCIR LA DEUDA PÚBLICA?

Daniel Velázquez-Orihuela*

(Recibido: junio de 2013/Aprobado: octubre de 2013)

Resumen

En este artículo se analizan los efectos que tiene reducir la deuda del gobierno a través de un incremento en el impuesto al consumo. Se muestra que durante el periodo cuando se incrementa el impuesto se reduce la producción y el empleo. En los periodos posteriores, ante el incremento en los impuestos, se obtiene que si el ahorro disminuyó más (menos) que la deuda pública, entonces la economía se situará en una senda de decrecimiento (crecimiento). Si la reducción en el ahorro es proporcional a la disminución de la deuda, entonces la economía se situará en un nuevo estado estacionario caracterizado por menores niveles de empleo y producción.

Palabras clave: demanda efectiva, ciclos, desempleo, política fiscal, impuestos y deuda.

Clasificación JEL: E12, E32 y E62.

Abstract

In this paper I analyze the effects reduce public debt through an increase in the consumption tax. It shows that, in the first time, the higher tax causes the output and employment are reduced. In periods subsequent to tax increase, if

*Profesor-investigador del Área Académica de Economía, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Domicilio: Montes Urales núm. 7, Privada Linda Vista, Mineral de la Reforma, Hidalgo. Tel. cel. 7712166884, ofna. 7172000 ext. 4121. <danielvelazquez@yahoo.com.mx> y <dvelazquez@hotmail.com>.

the savings decreased more (less) than the government debt, then the economy will be in a path of decline (growth). If the reduction in savings is proportional to decrease in debt, then the economy will be at a new steady state, it is characterized by lower levels of employment and output.

Keywords: effective demand, cycles, unemployment, fiscal policy, tax and debt.
JEL classification: E12, E32 y E62.

1. Introducción

En la literatura especializada no hay un consenso sobre cuál es el costo en empleo y producción, de pagar la deuda pública a través de un incremento en los impuestos. En los modelos keynesianos (tipo IS-LM) se argumenta que un incremento en los impuestos (manteniendo constante el gasto) reduce el ingreso disponible de las familias y, por tanto, disminuye el consumo. La reducción en el consumo contrae la demanda. Si la curva de oferta es horizontal, entonces la producción se ajusta a la demanda vigente, por lo que ésta se reduce y, por lo tanto, con ella, el empleo.

De manera análoga al modelo keynesiano, en el clásico se argumenta que un aumento en los impuestos reduce el consumo y, por tanto, disminuye la demanda, pero en contraste con el modelo keynesiano, si se asume que la curva de oferta es vertical, entonces la caída en la demanda no tiene ningún impacto en la producción y el empleo, por lo que la menor demanda únicamente disminuye los precios y con ello incrementa la oferta monetaria en términos reales. La mayor oferta monetaria reduce el interés lo que provoca que la inversión aumente. En consecuencia, en este esquema analítico el pago de la deuda a través de mayores impuestos no tendría impacto alguno sobre el empleo y la producción, pero genera que el consumo disminuya y la inversión aumente. Existe un elemento común en el planteamiento keynesiano y clásico:¹ un aumento en los impuestos, manteniendo constante el gasto público, reduce la demanda agregada, este elemento es fuertemente cuestionado por la equivalencia ricardiana.

El teorema de la equivalencia ricardiana, propuesto por Barro (1989), argumenta que el pago de la deuda, a través de un incremento en los impuestos,

¹ Una valiosa revisión de estos enfoques se encuentra en Lasa (1997).

no reduce la demanda agregada y, por tanto, no tiene ningún efecto sobre la economía. La razón de esto es que cuando el gobierno contrata la deuda los agentes saben que tarde o temprano tendrá que liquidarla, y para ello el gobierno incrementará los impuestos, en consecuencia, los agentes aumentan su ahorro (compran la deuda del gobierno), cuando el gobierno aumenta los impuestos para liquidar la deuda y los intereses que ésta generó, las familias utilizan sus ahorros (cobran la deuda del gobierno) para pagar los mayores impuestos, así los mayores impuestos, usados para pagar la deuda pública, no contraen la demanda agregada ni tienen efectos sobre la producción y el empleo.

La equivalencia ricardiana constituye una crítica al multiplicador keynesiano pues de ésta se deriva que un incremento en el gasto público no aumenta la demanda agregada. Esta idea desempeña un papel central en los modelos de equilibrio general dinámico (EGD) propuestos por la nueva síntesis neoclásica (NSN), a tal grado que Blanchard, Dell'Ariccia y Mauro (2010) argumentan que la aceptación de la equivalencia ricardiana, en la NSN, fue una de las principales razones por las cuales el estudio de la política fiscal fue relegado de este marco analítico.

La actual crisis económica ha revivido el interés en el estudio de la política fiscal. En Eggertsson (2009) y Woodford (2011) se resalta el estudio del multiplicador del gasto público en la NSN. Sin embargo, el multiplicador del gasto público, en este marco analítico, no implica una negación a la equivalencia ricardiana debido a que éste se explica por el efecto riqueza, es decir, el gasto público modifica la producción y el empleo debido a que altera la riqueza de los consumidores, por lo que los obliga a ajustar su oferta de trabajo, dado que estos modelos regularmente trabajan con pleno empleo un aumento en la oferta de trabajo implica una mayor producción (Baxter y King, 1993; y Linnemann y Shabert, 2003).

Una de las mayores limitantes de este enfoque es que el desempleo es voluntario, al respecto Han y Solow (1995) argumentan que la teoría macroeconómica actual tiene en su núcleo un modelo (el modelo de ciclo real) que ha hecho que las grandes patologías económicas (como el desempleo masivo, la inflación y la recesión) sean fenómenos inmenables. Por lo que invitan a renovar la teoría económica para que vuelva hacer plausible la explicación de las grandes patologías económicas.

El objetivo de este artículo es contribuir al debate sobre: ¿Cuáles son los efectos que tiene reducir la deuda pública a través de un incremento en el

impuesto al consumo? Para que la contribución sea valiosa es necesario que el análisis contemple el efecto que tiene el incremento en el impuesto sobre el desempleo involuntario. Para ello se desarrolla un modelo de equilibrio general dinámico que, a diferencia de los esquemas analíticos propios de la NSN, no tenga en su núcleo un modelo de ciclo real.

El modelo de equilibrio general propuesto en este artículo se desarrolla en el marco analítico de la “teoría de la inexistencia del mercado de trabajo” (TIMT), esta teoría fue inicialmente propuesta por Noriega (1994), (2001) y (2006). De manera análoga a la NSN, los agentes son racionales y los modelos son de equilibrio general, pero a diferencia de este marco analítico, en TIMT se asume que los productores maximizan la tasa de rentabilidad de la empresa, en vez de la masa de beneficios. El principal resultado de la TIMT es que el equilibrio general competitivo es compatible tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario, lo que implica que el desempleo es un fenómeno inherente al correcto funcionamiento de los mercados. Así, en este marco analítico es idóneo para analizar los costos en empleo y producción de reducir la deuda pública a través de un incremento en los impuestos.

Este artículo se divide en seis apartados. En el segundo se describen las condiciones iniciales del modelo y se obtienen los planes de compra y venta de los consumidores y productores. En el tercero se estudia el equilibrio general en estado estacionario, se muestra que éste es compatible tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario, lo cual es compatible con los resultados de Noriega (2006) y Velázquez (2009). En el cuarto apartado se asume que el gobierno incrementa, por única vez, el impuesto al consumo con el fin de reducir su deuda, se muestra que el mayor impuesto reduce la producción y el empleo. En el quinto apartado se mantiene la tasa impositiva fija para analizar la trayectoria que sigue la economía en los periodos posteriores al incremento en el impuesto, se argumenta que siempre que el aumento en el impuesto reduzca el ahorro en un monto superior (inferior) a la disminución en la deuda pública, entonces la economía se situará en una senda de recesión (crecimiento). Si la reducción en el ahorro es equivalente a la disminución en la deuda pública, entonces la economía se situará en un nuevo estado estacionario caracterizado por menores niveles de producción y empleo. En el sexto apartado se ofrecen las conclusiones de este artículo.

2. Condiciones iniciales del modelo

Sea una economía en la cual conviven: un gobierno, dos consumidores (uno viejo y otro joven) y una empresa. Los tres últimos son tomadores de precios, racionales y toman sus decisiones de forma descentralizada. Dado que los agentes son racionales sus expectativas también lo son. El gobierno decide sobre su consumo e ingreso de forma discrecional. La población no crece; sin embargo, en todo momento hay dos consumidores, uno nacido en el periodo vigente (joven) y otro nacido en el periodo inmediato anterior (viejo). En este modelo no hay moneda ni bancos, por lo que para hacer posibles todas y cada una de las transacciones se recurre a la agencia central de compensaciones postulada por Debreu (1973).

Los consumidores tienen el mismo conjunto de gustos y preferencias, por lo que la función de utilidad de uno, cualesquiera de ellos, no es más que una transformación monótona de todas las demás, lo que permite trabajar con un consumidor representativo. Se asume que la función de utilidad del consumidor representativo es: $U = c_{1,t}^\alpha c_{2,t+1}^{1-\alpha}$, donde: $0 < \alpha < 1$, c , es el consumo, los subíndices 1 y 2 hacen referencia al periodo de vida del consumidor, $t+j$ para todo $j = 0, 1, 2, \dots, n$ aparecerá en todas las variables y hace referencia al periodo en que se realiza dicha variable.

La oferta de trabajo de los consumidores es inelástica, es decir, que sin importar el vector de precios siempre se ofrece la misma cantidad.² El consumidor en su primer periodo de vida financia su consumo, ahorro y el pago de sus impuestos con la remuneración de su trabajo y la ganancia que las empresas le otorgan, por ser dueños de los derechos de propiedad de éstas. El consumidor únicamente paga impuestos en su primer periodo de vida. En su segundo periodo de vida financian su consumo con su ahorro pasado más la rentabilidad de éste. Se asume que, en todo momento, las empresas son propiedad de los consumidores jóvenes.³

² Esta hipótesis contrasta fuertemente con lo que usualmente se postula en los modelos de ciclo real, en éstos las variaciones en los niveles de producción y empleo se suelen explicar por cambios en la oferta de trabajo, por lo que ésta es altamente elástica. Lo anterior implica que el desempleo es voluntario y las reducciones en la producción son una respuesta óptima de los agentes, al respecto véase Baxter y King (1993). No obstante, debido a lo poco plausible de estos resultados en este trabajo se postula una oferta de trabajo inelástica.

³ La forma en que se transfieren los derechos de propiedad de una generación a otra se asume exógena y sin costos, sin embargo esta hipótesis no implica que los consumidores sean altruistas. La utilidad de esta hipótesis reside en que permite que las ganancias puedan ser utilizadas para financiar la inversión en todo momento.

Las restricciones presupuestales del consumidor representativo nacido en el periodo t son: $\Pi_t + w_t l_o = (1 + \lambda) c_{1,t} + s_t$ y $(1 + r_{t+1}) s_{t+1} = c_{2,t+1}$. Donde Π es la ganancia expresada en términos reales, w es el salario real, l_o es la oferta de trabajo, la cual se considera exógena y constante a lo largo del tiempo, λ es la tasa impositiva al consumo, s es el ahorro, $(1 + r_{t+1})$ es el factor real de interés, el cual en ausencia de dinero y bancos equivale al precio relativo del producto, es decir, $\frac{p_{t+1}}{p_t}$. Por lo que, la tasa de interés se define como $r_{t+1} = \frac{p_{t+1}}{p_t} - 1$.

De la conducta racional del consumidor nacido en el periodo t se obtienen sus planes de demanda en su primer y segundo periodo de vida y su plan de ahorro, los cuales son, respectivamente:

$$c_{1,t} = \alpha \left(\frac{1}{1 + \lambda} \right) (\Pi_t + w_t l_o) \quad (1)$$

$$c_{2,t+1} = (1 - \alpha) (1 + r_{t+1}) (\Pi_t + w_t l_o) \quad (2)$$

$$A_{t+j} = (1 - \alpha) (\Pi_t + w_t l_o) \quad (3)$$

Adviértase que el impuesto al consumo sólo afecta al plan de consumo del agente en su primer periodo de vida. Por otro lado, como es usual cuando se asume una función de utilidad tipo Cobb-Douglas, el plan de ahorro no depende de la tasa de interés.

A diferencia de como usualmente se formaliza el axioma de racionalidad en la teoría del producto, en la TIMT se asume que el productor maximiza la tasa de beneficio⁴ sujeto a su restricción tecnológica, al respecto véase Noriega (1994). En este artículo se asumirá esta hipótesis, por lo que la conducta racional del productor se formaliza mediante el siguiente ejercicio de maximización:

$$\text{máx} (1 + \pi_t) = \frac{y_t}{w_t l_t + (1 + r_t) k_t} \quad (4)$$

$$\text{S.a } y_t = (l_t - l_t^*)^\beta k_t^\gamma \quad \text{Donde: } \beta, \gamma \in \mathfrak{R}^+ \beta + \gamma < 1 \quad (5)$$

En las ecuaciones (4) y (5), π es la tasa de beneficio, y es la oferta de producto, l es la demanda de trabajo, k es el capital, l^* son los costos de organización.

⁴ Adviértase que la tasa de beneficio es el cociente de la ganancia entre los costos $\frac{\text{ganancias}}{\text{costos}}$. Por lo que, muestra cuántos pesos ganará la empresa por peso gastado.

Los costos de organización son el trabajo que se emplea para organizar la producción, por lo que su uso no está asociado a producto positivo, es decir, sólo después de que el trabajo cubre la organización ($l > l^*$) es que éste está asociado a producto positivo. Para la empresa competitiva los costos de organización son un dato. No obstante, éstos son un resultado del mercado, por lo que su magnitud es determinada en equilibrio general, y pueden variar si cambian los parámetros que determinan el equilibrio. Es válido adelantar que en el equilibrio general se obtiene que los costos de organización dependen positivamente de la demanda de producto, es decir, entre mayor es la demanda que enfrenta la empresa, mayor es la organización que ésta requiere para producir.

De la conducta racional del productor se obtienen sus demandas de trabajo y capital y su oferta de producto en el periodo t :

$$l_t = \frac{(1-\gamma)}{(1-\beta-\gamma)} l_t^* \quad (6)$$

$$k_t = \left(\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma} \right) \frac{w_t}{(1+r_t)} l_t^* \quad (7)$$

$$y_t = \frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1-\beta-\gamma)^{\beta+\gamma}} \left(\frac{w_t}{1+r_t} \right)^\gamma l_t^{*\beta+\gamma} \quad (8)$$

La ecuación (6) es la demanda de trabajo, a diferencia de lo que usualmente se postula en la teoría neoclásica, pero de manera análoga a los resultados obtenidos en Noriega (2002) y Velázquez (2009), la demanda de trabajo no depende del salario real, ésta está determinada por los costos de organización. Más adelante se mostrará que debido a que los costos de organización tienen una relación directa con la demanda efectiva, es esta última la que determina la demanda de trabajo. Esto se debe a que las empresas ajustan su producción a la demanda efectiva vigente, así cuando ésta aumenta, las empresas se ven motivadas a contratar más trabajo para ajustar su producción a la alza.

La ecuación (7) es la demanda de capital, la cual es función positiva de los salarios y los costos de organización y negativa de la tasa de interés. La ecuación (8) es la oferta de producto, al igual que la demanda de capital, ésta es función positiva del salario y de los costos de organización y negativa de la tasa de interés.

El gobierno financia su consumo presente y el pago de su deuda con un impuesto al consumo del joven y con préstamos que le otorgan los consumidores.

Por lo que su restricción presupuestal es: $b_{t+1}(1+r_t)+g_t=\lambda c_{t+1}+b_t$. Donde b es la deuda del gobierno y g es el gasto del gobierno.

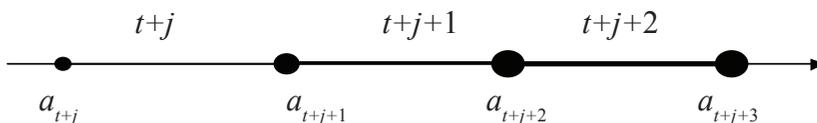
Usualmente en los modelos de equilibrio general todas las transacciones ocurren en el mismo momento, lo cual permite solucionar las asignaciones de mercado de manera simultánea. No obstante, esto no es necesariamente una virtud. Robinson (1980) crítica esta postura argumentando que el tiempo es histórico, por lo que los eventos se suceden unos a otros, es decir, hay una secuencia temporal explícita. Haciendo nuestra la crítica de Robinson sobre el manejo del tiempo en la teoría económica, y a diferencia de los modelos de equilibrio general, en este esquema analítico no todas las transacciones ocurren en el mismo momento. Para analizar la sucesión de eventos se postulan las siguientes hipótesis:

A. Hipótesis sobre el tiempo: un periodo productivo es un conjunto no vacío conformado por una sucesión finita de momentos. El periodo productivo $t+j$ para todo $j = -n, -n+1, -n+2, \dots, 0, 1, 2, 3, \dots, n$ se define de la siguiente manera:

$$\text{Sea } t+j \in [a_{t+j}, a_{t+j+1}] \text{ y } [a_{t+j}, a_{t+j+1}] \in t+j \text{ donde } |a_{t+j} - a_{t+j+1}| = \delta \text{ siendo } \delta > 0 \text{ y } a_{t+j+1} \neq 0 \text{ y } t+j \cap t+j+1 = \{a_{t+j+1} | a_{t+j+1} \in t+j \text{ y } a_{t+j+1} \in t+j+1\}$$

Donde por definición a_{t+j} , para todo $j = -n, -n+1, -n+2, \dots, 0, 1, 2, 3, \dots, n$ se llamarán momentos. La hipótesis sobre el tiempo se puede representar en el siguiente diagrama:

Hipótesis sobre el tiempo



Donde:

$t+j$ está dibujado por la línea 
 $t+j+1$ está dibujado por la línea 

Fuente: elaboración propia.

B. Hipótesis sobre la sucesión de eventos:

- En el momento a_{t+j} los agentes toman su deuda. Las empresas adquieren su deuda para financiar su inversión para el periodo $t+j$, el gobierno para financiar sus egresos. Por lo que, es en este momento cuando dichas empresas deciden cuánto invertir. Una vez tomada la decisión de inversión las empresas no pueden retractarse. De igual forma una vez que el gobierno ha adquirido su deuda no puede anularla, pero sí le es posible modificar la forma en que la utiliza, es decir, para pagar su gasto o su deuda pasada.
- En el periodo $t+j$, la producción comienza en $a_{t+j}+\varepsilon$, para algún $\varepsilon>0$, tal que $a_{t+j}+\varepsilon \in (a_{t+j}, a_{t+j+1})$.
- La decisión de cuánto trabajo demandar se toma cuando inicia la producción.
- En a_{t+j+1} la producción, correspondiente al periodo $t+j$, se finaliza y se vende, además se pagan las deudas correspondientes al periodo pasado y los impuestos correspondientes a este periodo.

Es importante resaltar que el momento a_{t+j} coexisten dos tasas de interés: $(1+r_{t+j})$ y $(1+r_{t+j+1})$. La primera es la tasa de rendimiento del ahorro pasado, la segunda es la tasa de interés a la que se contrata el ahorro presente. Para evitar confusiones a partir de este momento nos referiremos a la primera como tasa de rendimiento y a la segunda como tasa de interés.

Adviértase que para el siguiente periodo la tasa de interés será la tasa de rendimiento del ahorro pasado. Sin embargo, éstas no tienen por qué coincidir. La razón de esto es que la tasa de interés es una promesa de pago, mientras que la tasa de rendimiento es la tasa a la que realmente se paga el ahorro. Por lo que, esta última incorpora la sanción del mercado. Además de las hipótesis del tiempo y sucesión de eventos, se asumen tres hipótesis más.

C. Hipótesis de miopía. Se asume que los consumidores y productores suelen modificar sus planes de compra y venta cuándo eventos futuros en su propio periodo están por ocurrir, pero no son capaces de ver cuándo eventos futuros tendrán lugar en periodos posteriores, por lo cual no modifican sus planes ante éstos. Es decir, para una persona que está en el momento $a_{t+j} \in t+j$ modificará sus decisiones de compra y venta por eventos que espera que ocurran en $a_{t+j+\theta}$ siempre y cuando $a_{t+j+\theta} \in t+j$. Pero no modificarán sus decisiones de compra y venta por eventos que puedan ocurrir en $a_{t+j+\theta} \in t+j+i$ donde $i=1,2,3..n$ debido a que son agentes de vista corta.

D. Los consumidores y productores son lo suficientemente pequeños para no percibir cómo sus decisiones modifican los planes de compra y venta de todos los demás, en contraste, el gobierno es lo suficientemente grande para que todos los agentes sepan cómo cambian sus planes ante modificaciones en los planes del gobierno.

E. No recursividad en las expectativas. Las expectativas de los agentes siguen el orden postulado en la hipótesis de sucesión de eventos y éstas no son recursivas.

Las cinco hipótesis presentadas son irrelevantes para estudiar el estado estacionario, pero son fundamentales para analizar la dinámica de la economía. El estudio inicia en estado estacionario, sin que esto signifique un rechazo a la crítica de Robinson (1980), simplemente se reconoce que para analizar la dinámica conviene partir de un punto fijo.

En el estudio del estado estacionario se resalta la compatibilidad del equilibrio tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario, este resultado no depende de la intervención del estado en la economía, pues se verifica en modelos sin gobierno, pero abre la puerta para analizar aumentos en los niveles de empleo, que bajo la hipótesis de oferta de trabajo inelástica, sólo puede ocurrir si hay desempleo involuntario, un poco más adelante se analizará cómo cambian los niveles de empleo ante un incremento en los impuestos.

3. El equilibrio general en el estado estacionario

El principal resultado de la TIMT es demostrar que el equilibrio competitivo es plenamente compatible tanto con el pleno empleo como con el desempleo involuntario (Noriega, 2001, y Rodríguez, 2005). No obstante, con base en la ley de Walras se tiene que si “n-1” mercados están en equilibrio el “enésimo” también lo estará, por lo que el equilibrio en el mercado de bienes implica pleno empleo. Para explicar por qué es compatible el principal resultado de la TIMT con la ley de Walras es necesario explicar el concepto de equilibrio para este marco analítico.

En la TIMT, el equilibrio general se define como el vector de precios y asignaciones que, dado el salario, hacen mutuamente compatibles los planes de compra y venta realizables de los consumidores con los planes de compra y venta de los productores.

Esta definición de equilibrio general difiere de la que habitualmente se postula en la teoría neoclásica en dos aspectos: 1. El salario es determinado

fuera del sistema de mercados (este resultado se tratará con todo detalle un poco más adelante). 2. Se trata de la compatibilidad de planes realizables. Se entiende por planes realizables, los planes de compra y venta que los consumidores pueden financiar a través de sus ingresos no salariales y con la parte de su oferta de trabajo que logran que se emplee y se remunere por las empresas. Los planes realizables de los consumidores son:

$$c_{1,t}^r = \alpha \left(\frac{1}{1+\lambda} \right) (\Pi_t + w_t l_t) \quad (9)$$

$$c_{2,t+1}^r = (1-a)(1+r_{t+1})(\Pi_t + w_t l_t) \quad (10)$$

$$s_t^r = (1-\alpha)(\Pi_t + w_t l_t) \quad (11)$$

El supraíndice r hace referencia a que se trata de planes realizables. La diferencia entre las ecuaciones (1), (2) y (3) con respecto a las ecuaciones (9), (10) y (11), es decir, la diferencia entre los planes de consumo y ahorro con respecto a sus planes realizables, es que los primeros están determinados por la oferta de trabajo; en cambio, los segundos están determinados por la demanda de trabajo. Por lo que sólo en pleno empleo éstos coinciden.

Se define a la demanda efectiva ($\hat{y}_{d,t}$) como la suma de los planes realizables de consumo de las familias más la inversión más el gasto público realizable, es decir, $\hat{y}_{d,t} = c_{1,t}^r + c_{2,t+1}^r + k_{t+1} + g_t^r$. Por lo que, de manera análoga a los planes realizables, sólo en pleno empleo la demanda efectiva es igual a la demanda planeada.

Los planes realizables propuestos en las ecuaciones (9), (10) y (11) son demandas racionadas, en el entendido de que puede haber desempleo. Por lo que incorporan la hipótesis de decisión dual planteada por Clower (1965), la cual postula que para que un agente pueda comprar tuvo que haber vendido antes, así los planes efectivos de consumo y ahorro de las familias dependen del trabajo que éstos hayan vendido.

De manera análoga a los equilibrios restringidos⁵ por demanda, en el equilibrio general propio de la TIMT las demandas nacionales no contienen información útil ni difunden señales de mercado, es la demanda efectiva la que determina el nivel de producción y ésta depende del nivel de empleo.

⁵ A los equilibrios restringidos también se les conoce como equilibrios no walrasianos o equilibrios con racionamiento, para una revisión de esta literatura véase Argandoña, Gámez y Mochón (1996).

Es importante aclarar que pese a las similitudes del equilibrio en la TIMT con el equilibrio restringido por demanda existe una diferencia fundamental entre éstos, mientras que el último usualmente se debe a que los precios se ajustan muy lentamente (lo que da pie a que los agentes realicen transacciones a precios que no son de equilibrio), en la TIMT el desequilibrio surge porque los oferentes y demandantes de trabajo no ven en el salario real un precio que guíe sus planes de compra y venta. Un poco más adelante se discutirá este punto.

Utilizando los planes realizables, en vez de las demandas nocionales, para analizar la consistencia contable del modelo se obtiene la siguiente ley de Walras:

$$0 = (c_{1,t}^r + c_{2,t}^r + k_{t+1} + g_t^r - y_t) + (1 + r_{t+j})(k_t + b_{t-1}^r - s_{t-1}^r) \quad (12)$$

La ecuación (12) es una ley de Walras modificada, y de manera análoga a la ley de Walras habitual, ésta muestra que la suma en valor de las demandas excedentes es cero. Sólo que en la TIMT una demanda excedente es la diferencia entre los planes de venta y los planes de compra realizables.

En la ley de Walras modificada sólo hay dos mercados: el de bienes en t y el de fondos prestables; el mercado de trabajo no aparece. La razón de esto es que, en este marco analítico, el equilibrio en los mercados de bienes y fondos prestables no implica pleno empleo, es decir, puede haber equilibrio en los mercados de bienes y fondos prestables y desempleo, sin que esto signifique una violación a la ley de Walras modificada.

Es importante hacer notar que el equilibrio en los mercados de bienes y fondos prestables en la TIMT pueden ser vistos como desequilibrios en la ley de Walras habitual. Es decir, sigue siendo válido que bajo la noción de equilibrio propia de la tradición neoclásica, el equilibrio general es de pleno empleo, no obstante, bajo la definición de equilibrio de la TIMT el equilibrio general puede ser tanto de pleno empleo como de desempleo involuntario. Siempre que el desempleo se verifique puede ser visto por la tradición neoclásica como un desequilibrio.

El equilibrio en la TIMT implica que la oferta de bienes iguala a la demanda efectiva, lo cual sucede tanto en pleno empleo como en desempleo involuntario. El equilibrio se resuelve a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\hat{y}_{d,t} - y_t = 0 \quad (13)$$

$$k_t + b_{t-1}^r - s_{t-1}^r = 0 \quad (14)$$

$$l_t - l_0 \leq 0 \quad (15)$$

La ecuación (13) es el mercado de bienes en el periodo t , la ecuación (14) es el mercado de fondos prestables, donde la demanda de fondos prestables está integrada por la inversión y la deuda pública (adviértase que la inversión, al ser financiada con deuda, equivale a la demanda de fondos prestables de las empresas) y la oferta es el ahorro de los agentes. La ecuación (15) es el mercado de trabajo el cual presumiblemente puede estar en equilibrio o no. De acuerdo con la ley de Walras modificada si el mercado de bienes en t está en equilibrio, entonces el mercado de fondos prestables también lo estará. Así la solución del equilibrio se obtiene a partir del mercado de bienes o de fondos prestables y del mercado de trabajo.

La solución del equilibrio general se realizará en el estado estacionario, es decir, en aquella situación en la cual las variables son constantes en el tiempo, razón por la cual en esta sección se prescindirá de los subíndices temporales. La solución del equilibrio se realizará con base en las ecuaciones (13) y (15).

Sustituyendo los respectivos planes de compra y venta realizables de los agentes en los mercados de bienes (ecuación 13) y trabajo (ecuación 15), se obtiene:

$$\alpha \left(\frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1-\beta-\gamma)^{\beta+\gamma}} \left(\frac{w}{1+r} \right)^\gamma l^{*\beta+\gamma} - \frac{\gamma}{1-\beta-\gamma} w l^* \right) + (1-\alpha)(1+r) \left(\frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1-\beta-\gamma)^{\beta+\gamma}} \left(\frac{w}{1+r} \right)^\gamma l^{*\beta+\gamma} - \frac{\gamma}{1-\beta-\gamma} w l^* \right) \quad (16)$$

$$+ \frac{\gamma}{1-\beta-\gamma} \frac{w}{(1+r)} l^{*+b} - (1+r)b - \frac{\beta^\beta \gamma^\gamma}{(1-\beta-\gamma)^{\beta+\gamma}} \left(\frac{w}{1+r} \right)^\gamma l^{*\beta+\gamma} = 0$$

$$\frac{(1-\gamma)}{1-\beta-\gamma} l^* - l_0 \leq 0 \quad (17)$$

Las ecuaciones (16) y (17) son, respectivamente, el mercado de bienes y el de trabajo. El primero está en función de la tasa de interés, el salario y los costos de organización, el segundo está determinado sólo por los costos de organización. La razón por la cual no aparece el salario real como un elemento del mercado de trabajo es porque los oferentes y demandantes no ven en éste una variable que guíe sus planes de compra y venta.

El equilibrio general en estado estacionario implica que el precio en el periodo t sea el mismo que en el periodo $t-1$. Por lo que, el factor de interés

es igual a la unidad y, por tanto, la tasa de interés es cero,⁶ es decir: $(1+r) = 1$. Cuando ello ocurre la ecuación (16) es una igualdad estricta independientemente de cuál sea el salario real y los costos de organización. Lo anterior implica que siempre que los precios sean de equilibrio, el mercado de bienes se vaciará sin importar cuál sea el salario real.

La ecuación (17) determina los costos de organización, sin embargo no hay ningún mecanismo de mercado que garantice que éstos sean de pleno empleo, es decir, los costos de organización pueden ser o no de pleno empleo y, aun así, sostenerse el equilibrio en el mercado de bienes.

Adviértase que una vez que se determina el precio relativo de equilibrio ($(1+r) = 1$), el salario real queda indeterminado, independientemente de si hay o no pleno empleo, lo cual implica que éste no se resuelve en ningún mercado, es decir, el salario real se determina fuera del sistema de mercados. La razón de esto es porque los oferentes y demandantes de trabajo no ven al salario real como el precio que determine sus planes de oferta y demanda.

En la TIMT, los mercados están compuestos por tres elementos: oferentes, demandantes y un precio que vincule sus planes de compra y venta. Al no haber un precio que vincule los planes de compra y venta de trabajo se afirma que el mercado de trabajo no existe. A la confluencia de oferentes y demandantes que no están vinculados por un precio se le llama sector, de ahí que se hable del sector laboral.⁷ Con la finalidad de ser congruentes con este marco analítico, a partir de este momento nos referiremos al mercado de trabajo como sector laboral.

El hecho de que el salario real no se determine en el sistema de mercados implica que una economía competitiva está conformada por lo menos por dos instituciones:⁸ el mercado y otra en donde se determina el salario real.⁹ Para propósitos de esta investigación bastará con tratar al salario real

⁶ Adviértase que por definición $r_{t+j} = \frac{p_{t+j} - p_{t+j-1}}{p_{t+j-1}}$, por lo que $r_{t+j} = 0$ si y sólo si $p_{t+j} = p_{t+j-1}$.

⁷ Es interesante reflexionar que en la teoría del equilibrio general competitivo se afirma que el principal resultado del mercado son los precios, al estar determinado el salario real fuera del sistema de mercados no es posible afirmar que éste sea un resultado de mercado alguno, lo cual reafirma la hipótesis de inexistencia del mercado de trabajo.

⁸ Se entiende por institución las reglas que son socialmente aceptadas.

⁹ Es decir, ninguna economía competitiva puede tener como única institución al mercado. A diferencia de la teoría neoclásica, en la TIMT, en una economía competitiva, la cohesión social no está determinada únicamente por el vector de precios, sino por el vector de precios y las convenciones sociales que determinan el salario real.

como una variable exógena. No obstante, se reconoce que analizar cómo se determina ésta es una de las principales líneas de investigación pendientes en este marco analítico.

A partir de la ecuación (17) se puede saber si los costos de organización son o no de pleno empleo, pero no es útil para determinar los costos de organización. Para analizar cómo se determinan éstos se sustituye la ecuación (8) en (16):

$$l^* = \left(\frac{(1-\beta-\gamma)^{\beta+\gamma}}{\beta^\beta \gamma^\gamma} \left(\frac{1+r}{w} \right)^\gamma \hat{y}_d \right)^{\frac{1}{\beta+\gamma}} \quad (18)$$

La ecuación (18) muestra que los costos de organización tienen una relación positiva con la demanda efectiva. En Noriega (2001) se argumenta que esto es debido a que entre más grande es la demanda efectiva que enfrenta una empresa mayor será el número de transacciones que tendrá que realizar, para lo cual requerirá una mayor organización. La relación que guardan los costos de organización con la tasa de interés y con los salarios es un poco más complicada pues éstos suelen modificar a la demanda efectiva. Sustituyendo los costos de organización (ecuación 18) en los planes de compra y venta del productor (ecuaciones 6, 7 y 8) resulta:

$$l = \frac{(1-\gamma)}{(1-\beta-\gamma)} \left(\frac{(1-\beta-\gamma)}{\beta^\beta \gamma^\gamma} \left(\frac{1+r}{w} \right)^\gamma \hat{y}_d \right)^{\frac{1}{\beta+\gamma}} \quad (19)$$

$$k = \frac{\gamma}{(1-\gamma)} \frac{w}{(1+r)} \left(\frac{(1-\beta-\gamma)}{\beta^\beta \gamma^\gamma} \left(\frac{1+r}{w} \right)^\gamma \hat{y}_d \right)^{\frac{1}{\beta+\gamma}} \quad (20)$$

$$y = \hat{y}_d \quad (21)$$

La ecuación (21) muestra que la producción es determinada por la demanda efectiva. Esto se debe a que si las empresas producen menos de lo que el mercado les demanda, entonces no ganarían tanto como pueden ganar, pero si producen más, entonces generarían inventarios no deseados y, por tanto, pérdidas. Este resultado es análogo al obtenido en Keynes (1936).

La demanda de trabajo (ecuación 19) es análoga a la función ocupación¹⁰ propuesta en Keynes (1936), al igual que ésta, muestra que el nivel de empleo

¹⁰ Para Keynes (1936:270): "la función ocupación estará determinada por $N_r = F(D_s)$. Lo que quiere decir que N_r hombres estarán empleados en la industria r cuando la demanda efectiva sea D_s ."

depende de forma positiva de la demanda efectiva. La ecuación (20) es la demanda de inversión, la cual también depende de manera positiva de la demanda efectiva. La razón por la cual tanto la demanda de trabajo como la inversión dependen de la demanda efectiva se debe a que las empresas ajustan su producción a la demanda efectiva vigente; por lo que, cuando ésta aumenta suelen demandar más insumos.

Adviértase que la afirmación de que no existe un mercado de trabajo no implica que la teoría del equilibrio general en la TIMT no esté basada en un razonamiento de multimercados, pues de acuerdo con la ley de Walras modificada (ecuación 12) lo que le ocurra al mercado de bienes le afecta al mercado de capitales y viceversa, pero sí implica que el nivel de empleo y el salario no se pueden razonar como si fueran resultado de un mercado, es decir, ni el salario real es determinado por la interacción de oferentes y demandantes de trabajo, ni el empleo es determinado por el salario real. Éstos son determinados por procesos distintos a los de mercado.

En las teorías de equilibrio general razonar el nivel de empleo y el salario fuera de la lógica de mercado no es del todo novedoso; por ejemplo, en la teoría de los precios propuesta por Karl Marx se razonan los niveles de empleo y salario fuera de cualquier lógica de mercado, al respecto Neffa, Félix, Panigo, y Pérez (2006: 54) mencionan: “Para Marx, el mercado de trabajo no existe como tal, es decir, como espacio en donde interactúan la oferta y la demanda de fuerza de trabajo, ya que los salarios y el empleo no se determinan en un mismo proceso ni dependen de los mismos factores”.

Es importante aclarar que no es posible determinar paramétricamente las asignaciones de equilibrio, sin determinar exógenamente al salario real así como al nivel de empleo, siendo esto una consecuencia de que no se forme un mercado de trabajo, por lo que las asignaciones y los precios que de él se desprendieran no se determinan. No obstante, a partir de una situación de equilibrio sí es posible determinar cómo evolucionarían los precios y las asignaciones ante un *shock* exógeno.

En el siguiente apartado se analizará cómo se modifican las asignaciones y los precios ante un incremento en los impuestos que es utilizado para reducir la deuda. Dado que el salario se determina fuera del sistema de mercados se asumirá, por simplicidad, que éste es constante en el tiempo y conocido por todos los agentes.

4. El efecto de un incremento en el impuesto al consumo, en el periodo t ¹¹

Supongamos una economía en estado estacionario y con desempleo involuntario. Al inicio del periodo t , es decir, en el momento a_t el gobierno decide incrementar el impuesto al consumo con la finalidad de contratar menos deuda. Adviértase que el impuesto únicamente se incrementa en este periodo, en los periodos posteriores éste permanece constante. La reducción de la deuda pública equivale al incremento esperado en los ingresos tributarios. Siempre que el gobierno acierte en sus expectativas recaudará lo suficiente para financiar su recorte en deuda sin modificar su gasto. No obstante, si las expectativas no se verifican el gobierno tendrá que ajustar su gasto para sujetarse a su restricción presupuestal.

En el momento a_t , todas las variables que se realizan posterior a este momento son expectativas, no obstante por simplicidad, sólo se utilizará el operador E en aquellas variables que se realizan en el periodo t .

De acuerdo con las hipótesis de tiempo y sucesión de eventos, en el momento a_t , los agentes están decidiendo su inversión con base en la tasa de interés. Por lo que, se iniciará analizando la forma en la que el incremento en el impuesto al consumo afecta a la tasa de interés. De acuerdo con las ecuaciones de este modelo se tiene:

$$\frac{d(1+r_{t+1})}{d\lambda_t} = \frac{(1-\alpha) \left(\left(\frac{\beta}{1-\gamma} \right)^\beta k_t^\gamma \frac{dE(l_t^\beta)}{d\lambda_t} - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) w_t \frac{dE(l_t)}{d\lambda_t} \right) - \frac{db_t}{d\lambda_t}}{- \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) \frac{w_{t+1} l_{t+1}}{(1+r_{t+1})^2}} < \frac{> 0 \quad (22)$$

La ecuación (22) muestra que el efecto que tiene un incremento en la tasa impositiva al consumo sobre la tasa de interés es ambiguo, con base en el denominador de esta ecuación se obtienen las condiciones suficientes y necesarias para que un incremento en los impuestos aumente, reduzca o no modifique a la tasa de interés.

$$(1-\alpha) \left(\left(\frac{\beta}{1-\alpha} \right)^\beta k_t^\gamma \frac{dE(l_t^\beta)}{dE(l_t)} - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) w_t \right) \frac{dE(l_t)}{d\lambda_t} < \frac{db_t}{d\lambda_t} \rightarrow \frac{d(1+r_{t+1})}{d\lambda_t} > \frac{< 0}{<} \quad (23)$$

El primer miembro de la primera inecuación de la expresión (23) es la reducción en el ahorro esperado ante un incremento en la tasa impositiva

¹¹ El desarrollo matemático de la dinámica del modelo se presenta en el apéndice.

en el consumo, el segundo miembro es la reducción en la deuda pública. En consecuencia la expresión (23) muestra que siempre que los agentes esperen que el ahorro se reduzca en un mayor (menor o igual) monto que la disminución en la deuda pública, entonces la tasa de interés aumentará (disminuirá o no se modificará).

Para explicar cabalmente las fuerzas que desencadena el incremento en la tasa impositiva al consumo es necesario analizar por qué los agentes esperan que el ahorro disminuya. Para responder esta pregunta adviértase que a lo largo de todo el documento se asumirá que el salario satisface la siguiente desigualdad:

$$\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)^\beta k_{t+j}^\gamma \frac{dE(l_{t+j}^\beta)}{dE(l_{t+j})} \frac{(1-\gamma)}{\gamma} > w_{t+j} \quad (24)$$

La desigualdad (24) implica que la forma en que los agentes esperan que cambie el ahorro (primer miembro de la expresión (23)) dependa de la expectativa que los agentes tengan sobre la evolución del empleo en ese periodo. En consecuencia, la expectativa de una reducción en los niveles de ahorro se verificará siempre que los agentes esperen que el nivel de empleo disminuya, pero, ¿por qué los agentes esperan que el empleo disminuya ante un incremento en el impuesto al consumo? Para responder esta pregunta adviértase que del modelo resulta:

$$\frac{dE(\hat{y}_{dt})}{d\lambda_t} = \frac{dE(c_t)}{d\lambda_t} < 0 \quad (25)$$

$$\frac{dE(l_t)}{d\lambda_t} = \left(\frac{1-\gamma}{\beta}\right) k_t \frac{-\frac{\gamma}{\beta} dE\left(\hat{y}_{dt}^{\frac{1}{\beta}}\right)}{dE(\hat{y}_{dt})} \frac{dE(\hat{y}_{dt})}{d\lambda_t} < 0 \quad (26)$$

La ecuación (25) muestra que las empresas esperan que la demanda efectiva disminuya, esto debido a que el incremento en el impuesto al consumo encarece a este último, por lo que lo reduce. De hecho la reducción esperada en la demanda efectiva es proporcional a la disminución esperada en el consumo. La ecuación (26) muestra que ante la expectativa de una menor demanda efectiva, las empresas esperan contratar menos trabajo. Es importante resaltar que las empresas modifican su demanda de trabajo para ajustar su producción a la demanda efectiva vigente. La expectativa de un menor nivel de empleo implica que los agentes tendrán una disminución en sus ingresos,

lo cual reducirá su capacidad de ahorro. Esto explica por qué los agentes esperan que el ahorro disminuya ante un incremento en el impuesto al consumo.

Adviértase que el incremento de la tasa impositiva al consumo desencadena dos fuerzas contrarias sobre la tasa de interés, por un lado reduce la oferta de fondos prestables (expectativa de un menor ahorro), por el otro disminuye la demanda de fondos prestables (reducción de deuda pública). Por lo que, la tasa de interés se ajusta para garantizar el equilibrio en el mercado de fondos prestables. El cambio en la tasa de interés modifica las asignaciones en este periodo, con la finalidad de analizar cómo cambian éstas analizaremos las ecuaciones que resultan del modelo:

$$\frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} = -\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right) \frac{w_{t+1}l_{t+1}}{(1+r_{t+1})^2} \frac{d(1+r_{t+1})}{d\lambda_t} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (27)$$

$$\frac{d\hat{y}_{dt}}{d\lambda_t} = (1-\alpha) \left(\left(\frac{\beta}{1-\gamma}\right)^\beta k_t^\beta \frac{dE(l_t^\beta)}{dE(l_t)} - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right) w_t \right) \frac{dE(l_t)}{d\lambda_t} < 0 \quad (28)$$

$$\frac{dl_t}{d\lambda_t} = \frac{\frac{l_t}{\hat{y}_{dt}} \frac{d\hat{y}_{dt}}{d\lambda_t}}{1 - \frac{1}{\beta} \frac{l_t}{\hat{y}_{dt}} \frac{d\hat{y}_{dt}}{dl_t}} < 0 \quad (29)$$

La expresión (27) muestra que la decisión de inversión se modifica a partir de la forma en que cambia la tasa de interés, es decir, si la tasa de interés se reduce (aumenta, no cambia), entonces la inversión crece (decrece, no cambia). La razón de esto es que la tasa de interés se ajusta para garantizar el equilibrio en el mercado de fondos prestables, por lo que cuando hay exceso (escases) de fondos prestables la tasa de interés disminuye (aumenta) para alentar (desalentar) a las empresas a contratar más (menos) deuda para financiar una mayor (menor) inversión.

La demanda efectiva cambia debido a la disminución en el consumo esperado y a la variación en la inversión. La inecuación (28) muestra que, sin importar cómo cambie la inversión, la demanda efectiva disminuirá. La razón de esto es que aún en el caso de que la inversión aumente, ésta lo hará en un monto menor que la reducción de la deuda pública; no obstante, el consumo disminuye en la misma proporción en que se redujo la deuda.

La ecuación (29) muestra que, ante la caída en la demanda efectiva, las empresas se ven motivadas a reducir su demanda de trabajo para ajustar

su producción a la baja. Adviértase que el denominador de la ecuación (29) es positivo siempre que la elasticidad trabajo-producto sea estrictamente mayor que la elasticidad trabajo-demanda, es decir, siempre que el trabajo genere más recursos de los que consume. Esta condición se verifica si y sólo si: $\beta \frac{(1-\gamma) y_t}{\gamma l_t} > w_t$. Se asumirá que esta desigualdad se sostiene sistemáticamente en todos los periodos.

Al final del periodo t , es decir, en el momento a_{t+1} la producción se habrá reducido como consecuencia de la disminución de la demanda efectiva. En este momento el presupuesto del gobierno estará bajo la presión de dos fuerzas contrarias: la disminución en el ingreso tributario y la reducción en el costo de la deuda pasada. Por un lado la caída en la producción y el empleo implican que la base grabable habrá disminuido y, por tanto, los ingresos tributarios; por otro lado, la reducción en el empleo hará menos productivo al capital vigente y, por tanto, reducirá la tasa de rentabilidad del ahorro pasado, es decir, la tasa que paga el gobierno por la deuda contraída en el periodo anterior. Así, de las ecuaciones del modelo resulta:

$$\frac{dg_t}{d\lambda_t} = \alpha \left(\frac{\lambda_t}{1+\lambda_t} \right) \left(\beta \frac{y_t}{l_t} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_t \right) \frac{dl_t}{d\lambda_t} - \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) \frac{w_t}{k_t} b_{t-1} \frac{dl_t}{d\lambda_t} \leq 0 \quad (30)$$

En la ecuación (30), el primer miembro del lado derecho de esta ecuación es la disminución en los ingresos tributarios, el segundo miembro es la disminución en la tasa de rentabilidad del ahorro pasado, es decir, del costo de la deuda pasada. La expresión (30) muestra que el gasto público se ajustará para garantizar el equilibrio presupuestal del gobierno, aunque *a priori* no es evidente qué fuerza dominará.

Los resultados hasta aquí presentados contrastan con los obtenidos por Barro (1989), es decir, no se verifica la equivalencia ricardiana. La razón de esto es que los agentes tienen miopía, por lo que no fueron capaces de anticipar, cuando surgió la deuda pública que ésta, tarde o temprano tendría que ser pagada con mayores impuestos.

A diferencia del modelo clásico, pero de manera análoga al modelo keynesiano,¹² la producción y el empleo se reducen a consecuencia del incremento en el impuesto. La razón de esto es porque la producción se ajusta a la demanda efectiva y un aumento en los impuestos que ésta reduce.

¹² Se entiende por modelo clásico al modelo IS-ML con curva de oferta vertical, el keynesiano al modelo IS-ML con curva de oferta horizontal.

A diferencia del modelo keynesiano, el modelo aquí presentado permite estudiar la trayectoria que sigue la economía en los periodos posteriores al incremento en el impuesto.

5. Los precios y las asignaciones en los periodos posteriores a t

La trayectoria que siga la economía en el largo plazo dependerá de la forma en que cambió la inversión en el periodo t . La razón de esto es que la decisión de inversión suele trascender en el tiempo debido a que la inversión de hoy es parte de la capacidad productiva de mañana. Al inicio del periodo $t+1$, es decir, en a_{t+1} la tasa de interés se modifica a consecuencia del cambio en la inversión pasada, con base en las ecuaciones del modelo se tiene:

$$\frac{d(1+r_{t+2})}{d\lambda_t} = \frac{(1-\alpha)\gamma \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} \frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t}}{-\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right) \frac{w_{t+2}l_{t+2}}{(1+r_{t+2})^2}} \leq 0 \quad (31)$$

Adviértase que a diferencia de la manera en cómo se modificó la tasa de interés en el periodo pasado, en este periodo el cambio en la tasa de interés no depende de la expectativa sobre el nivel de empleo. La razón de esto es que el incremento en el impuesto al consumo ocurrió en el periodo pasado, por lo que en el periodo actual el cambio en los niveles de empleo obedece a las modificaciones en las decisiones de los agentes. Sin embargo, las familias y las empresas son tan pequeñas que no perciben cómo sus decisiones modifican a la economía. Por ello no esperan que sus decisiones individuales modifiquen los niveles de empleo. Por otro lado, el cambio en la inversión pasada es conocido por todos, por lo cual su variación es tomada en cuenta para determinar la nueva tasa de interés.

La ecuación (31) muestra que la forma en que cambia la tasa de interés depende esencialmente de lo que haya pasado con la inversión en el periodo inmediato anterior, tal que si:

$$\frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} \leq 0 \rightarrow \frac{d(1+r_{t+j+2})}{d\lambda_t} > 0 \quad (32)$$

La ecuación (32) muestra tres escenarios posibles: 1) si la inversión pasada disminuyó, entonces la tasa de interés aumentará; 2) si la inversión pasada creció, entonces la tasa de interés se reducirá, y 3) si la inversión pasada no cambió,

entonces la tasa de interés tampoco lo hará. La razón de esto es que la menor (mayor) inversión pasada implica un disminución (aumento) en la capacidad productiva presente y, por tanto, en las expectativas de los agentes sobre el ahorro. Bajo este mismo razonamiento si la inversión pasada no cambia, entonces tampoco lo hará la expectativa de los agentes sobre el ahorro. Estos tres escenarios conducen a distintas trayectorias de la economía en el largo plazo.

Es importante resaltar que en última instancia la razón por la cual la inversión pasada se modificó es porque el incremento en el impuesto tuvo dos efectos: 1) redujo la expectativa de ahorro, es decir, destruyó recursos, y 2) disminuyó la deuda pública, es decir, liberó recursos. Así el primer escenario que resulta de (32), en última instancia se debe a que: *a*) el impuesto destruyó más recursos de los que liberó, *b*) el impuesto destruyó menos recursos de los que liberó, *c*) el impuesto destruyó los mismos recursos que liberó.

A continuación se analizan estos escenarios con base en las ecuaciones del modelo:

$$\frac{dk_{t+2}}{d\lambda_t} = (1-\alpha)\gamma \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} \frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} \leq 0 \quad (33)$$

$$\frac{d\hat{y}_{dt+1}}{d\lambda_t} = \gamma \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} \frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} \geq 0 \quad (34)$$

$$\eta_{\lambda_t, \hat{y}_{dt+1}} \geq \eta_{k_{t+1}, y_{t+1}} \eta_{\lambda_t, k_{t+1}} \rightarrow \frac{dl_{t+1}}{d\lambda_t} \geq 0 \quad (35)$$

$$\frac{dg_{t+1}^r}{d\lambda_t} = \alpha \left(\frac{\lambda_{t+1}}{1-\lambda_{t+1}} \right) \left(\left(\beta \frac{y_{t+1}}{l_{t+1}} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+1} \right) \frac{dl_{t+1}}{d\lambda_t} + \gamma \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} \frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} \right) - \frac{d(1+r_{t+1})}{d\lambda_t} b_t - (1+r_{t+1}) \frac{db_t}{d\lambda_t} \quad (36)$$

Las inecuaciones (33), (34), (35) y (36) muestran cómo se modifica la inversión, la demanda efectiva, el empleo y el gasto público respectivamente, en el periodo posterior al incremento en el impuesto al consumo. El signo de éstas, como ya se comentó, depende de cómo haya cambiado la inversión pasada. En la expresión (35) la letra eta (η) se usa para indicar una elasticidad, los subíndices hacen referencia con respecto a qué variables, así el primer término de esta expresión ($\eta_{\lambda_t, \hat{y}_{dt+1}}$) es la elasticidad impuesto-demanda efectiva, el segundo ($\eta_{k_{t+1}, y_{t+1}} \eta_{\lambda_t, k_{t+1}}$) es el producto de las elasticidades capital-producto por impuesto-capital.

Escenario A. Hacia una senda de recesión

El primer escenario a estudiar es cuando la inversión pasada disminuyó, es decir $\frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} < 0$. La menor inversión en t reduce la capacidad productiva en $t + 1$ y, por tanto, genera una expectativa de un menor ahorro. La expectativa de un menor ahorro aumenta la tasa de interés provocando que la inversión en $t + 1$ se reduzca.

La ecuación (33), evaluada en $\frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} < 0$, muestra que la inversión presente disminuye a consecuencia de la menor inversión pasada, debido a que esta última redujo los recursos para financiar la inversión presente.

La menor inversión tanto pasada como presente reduce la demanda efectiva. Sin embargo, debido a que la caída en la inversión presente se debe a la menor inversión pasada, la ecuación (34) evaluada en $\frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} < 0$ muestra que la reducción en la demanda efectiva se debe en última instancia al decrecimiento de la inversión pasada.

La menor demanda efectiva genera incentivos para que las empresas contraten menos trabajo. No obstante, la reducción de la inversión pasada implica que las empresas tienen una menor capacidad productiva. Por lo que, tanto la demanda efectiva como la capacidad productiva decrecieron. Si la demanda efectiva disminuyó más (menos) que la capacidad productiva, las empresas tendrán incentivos para reducir (aumentar) su demanda de trabajo. Este resultado se resume en la expresión (35) si $\frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} < 0$.

La expresión (35) muestra que si la elasticidad tasa impositiva-demanda efectiva es menor (mayor o igual) al producto de las elasticidades tasa impositiva-capital y capital-producción, entonces el nivel de empleo disminuirá (aumentará o no cambiará). Es decir, siempre que un aumento en el impuesto al consumo disminuya a la demanda efectiva en un mayor monto que la capacidad productiva, entonces el empleo se reducirá, en el caso contrario el empleo aumentará. La razón de esto es que las empresas maximizan su ganancia cuando producen todo lo que el mercado les demanda, por lo que ajustan su demanda de trabajo para garantizar que su producción coincida con la demanda efectiva vigente.

Existen tres puntos a resaltar en este análisis: 1) la capacidad del impuesto al consumo de generar efectos que trasciendan en el tiempo, 2) la

forma en que el impuesto afecta tanto a la capacidad productiva como a la demanda efectiva y 3) las razones por la que el empleo cambia.

Con respecto al primero, la razón por la que los efectos de un incremento al impuesto al consumo son capaces de trascender en el tiempo se debe a que modifica la decisión de inversión de su periodo. Es el cambio en la inversión la que trasciende en el tiempo modificando los precios y las asignaciones en los periodos subsecuentes al aumento del impuesto. Es importante advertir que el incremento en el impuesto modificó la decisión de inversión en su periodo debido a que la mayor recaudación fiscal se utilizó para pagar la deuda pública. Con respecto al segundo punto, el incremento en el impuesto modifica tanto la demanda efectiva como la capacidad productiva porque influye sobre la inversión, es decir, es el carácter dual de la inversión (capaz de generar tanto demanda efectiva como capacidad productiva) la que permite esto. Cabe señalar que en el periodo en que se toma la decisión de inversión ésta para el siguiente periodo forma parte de la demanda efectiva, no obstante forma parte de la capacidad productiva de la economía. Finalmente, el último punto a destacar es el hecho de que el empleo se modifica para garantizar que las empresas ajusten su producción a la demanda efectiva vigente, por lo que el ajuste entre demanda y oferta se da vía cantidades no sólo a través de los precios.

Es importante aclarar que la expresión (35) explica qué fuerzas modifican el empleo. Sin embargo, *a priori* no es claro determinar qué fuerza dominará, es decir, un mayor, menor o igual nivel de empleo son escenarios posibles del modelo. No obstante, en este escenario la menor demanda efectiva garantiza que la economía decrezca, por lo que siendo congruente con la evidencia estadística que muestra que el empleo es procíclico, será de esperar que el empleo disminuya.

La forma en que en este modelo se explican los cambios en los niveles de empleo contrasta fuertemente con la idea que habitualmente se ofrece en los modelos de equilibrio general dinámico. En el trabajo seminal de Baxter y King (1993), un aumento en el impuesto incrementa el nivel de empleo debido a que ante el mayor impuesto los consumidores ven reducida su riqueza y, por tanto, incrementan su oferta de trabajo, a este mecanismo usualmente, en la literatura especializada, se le llama efecto riqueza. Una de las principales características de este efecto es que los cambios en los niveles de empleo se explican por modificaciones en la oferta de trabajo, por lo que el desempleo es voluntario. Cabe aclarar que el efecto riqueza está

presente en la mayoría de los modelos de equilibrio general dinámico, incluso en aquellos que postulan monopolios y rigideces en precios, es decir, en el marco de la nueva síntesis neoclásica. Al respecto Innemann y Schabert (2000) demuestran que los supuestos de precios rígidos, *mark up* y una regla de Taylor no son suficientes para producir resultados que se desvíen mucho de los presentados por Baxter y King (1993), es decir, los cambios en los niveles de empleo se siguen explicando con base en el efecto riqueza.

La principal diferencia que existe entre la forma en que se explica el cambio en el nivel de empleo entre el modelo aquí presentado y los modelos propios de la NSN radica en que en estos últimos el desempleo es voluntario, en contraste en este modelo el desempleo es involuntario. Pero tras la actual crisis económica, ¿quién podría argumentar que el desempleo es voluntario?¹³

Nuestra explicación sobre el cambio en los niveles de empleo coincide con las intuiciones presentadas en Harrod (1939). El profesor Harrod argumentaba que tanto el empleo como la inversión se incrementarían (reducirían) siempre que esta última hiciera crecer a la demanda efectiva en mayor (menor) monto que el aumento de la capacidad productiva. No obstante, Harrod no distingue entre inversión y empleo, simplemente señala que este último se moverá en el mismo sentido que la inversión.

La ecuación (36) evaluada en $\frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} > 0$ señala cómo se comporta el gasto público, el primer miembro de esta expresión es el decremento en la masa tributaria; el segundo es el incremento en el costo de la deuda y muestra que la tasa de interés aumentó; el tercero es la reducción del pago de la deuda causada por la disminución en la deuda pasada. Así, esta expresión demuestra que el gasto público se reduce debido a que la caída en el ingreso disminuye la masa tributaria y el alza en la tasa de interés aumenta el costo de la deuda pasada. Sin embargo, debido a que la menor deuda pasada implica que el gobierno tiene que destinar menos recursos al pago de ésta, en este periodo no es evidente si el gasto público tiene que reducirse o no.

En los periodos subsecuentes a $t+1$, los precios y las asignaciones se comportarán de forma análoga a como lo hicieron en este periodo. El gasto público en los periodos subsecuentes decrecerá debido al decremento en la masa tributaria y el aumento en el costo de la deuda. Por lo que, el incremento en los impuestos obliga al gobierno a reducir su gasto público de forma continua en los demás

¹³ Mientras escribo estas líneas la tasa de desempleo de España es de 26.7% y la de Grecia 26.8%.

periodos, es decir, el gobierno se ve obligado a sostener una política fiscal restrictiva en el largo plazo con el fin de no incrementar su deuda.

En este escenario la economía se situará en una senda recesiva debido a la caída continua de la inversión. Es decir, en última instancia el decrecimiento de la economía, en los periodos siguientes al aumento en el impuesto y la reducción en la deuda pública, se debe a que el incremento en los impuestos redujo la inversión.

Escenario B. Hacia una senda de crecimiento

En este escenario se explica porque una economía puede entrar en una senda de crecimiento al pagar su deuda pública a partir de mayores impuestos. La forma en que se comportan los precios y las asignaciones en este escenario son análogas a como lo hicieron en el escenario pasado, por lo que las ecuaciones (33), (34), (35), (36) seguirán siendo válidas siempre que se considere que la inversión en el periodo t aumentó.

La mayor inversión en el periodo t provoca que la capacidad productiva en $t+1$ aumente, por lo cual los agentes esperen que el ahorro de ese periodo crezca, lo que provoca que la tasa de interés vigente disminuya, y en consecuencia las empresas aumentarán su inversión. La mayor inversión tanto en el periodo t como en $t+1$ genera que la demanda efectiva vigente en el periodo $t+1$ crezca.

La mayor demanda efectiva ocurre a la par del aumento en la capacidad productiva, esta última originada por el crecimiento en la inversión pasada. Las empresas ajustarán su demanda de trabajo para hacer coincidir su producción con la demanda efectiva vigente. Si la demanda efectiva aumentó más (menos) (en la misma proporción) que la capacidad productiva, entonces el empleo se incrementará (disminuirá) (no cambiará) para asegurar que las empresas produzcan exactamente lo que el mercado les demanda.

Existen dos fuerzas que presionan para que el gasto público crezca éstas son: 1) el aumento en la recaudación del gobierno debido a que ha crecido el ingreso de los agentes, 2) la reducción en el costo de la deuda pública pasada, esto debido tanto al decrecimiento de la tasa de interés como a la menor deuda pasada.

En los periodos posteriores a $t+1$, la economía se comportará de manera análoga a como lo hizo en este periodo, por lo que entrará en una senda de crecimiento sostenido, caracterizado por aumentos en la inversión e incrementos en el gasto público.

Es importante resaltar que en este escenario, en los periodos posteriores a $t+1$, el gasto público puede crecer sin incrementar la tasa de impuestos. Este resultado contrasta fuertemente con la idea de *no free lunch*, según la cual nada es gratis. Por lo que, todo incremento en el gasto público tiene que ser financiado con mayores impuestos futuros o presentes. Esta idea se sostiene siempre y cuando los ingresos de los agentes sean constantes, pero deja de ser válida en la medida en que la economía crezca y genere los recursos para financiar al gasto público.

Escenario C. Hacia un nuevo estado estacionario

En este escenario la inversión no cambia, por lo que las ecuaciones (33), (34), (35) y (36) son evaluadas para $\frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t} = 0$ para mostrar cómo se comporta esta economía en $t+1$. Éstas indican que al no modificarse la inversión pasada, los agentes esperan que el ahorro actual no cambie, por lo que la tasa de interés se mantiene constante. Al permanecer sin cambios la tasa de interés, no hay razón alguna para que las empresas modifiquen su demanda de inversión en $t+1$, por lo que ésta permanece inalterada. El hecho de que la inversión sea constante implica que la demanda efectiva permanecerá sin cambios. Si la demanda efectiva no varía, entonces no hay incentivos para que las empresas modifiquen su demanda de trabajo, pues su producción es acorde a la demanda efectiva vigente, por lo que el nivel de empleo no se altera.

El gasto público aumenta debido a que la reducción en la deuda pública pasada disminuyó el pago a ésta; en consecuencia, existen recursos fiscales suficientes para aumentar el gasto. Por otra parte, la tasa de rendimiento del ahorro se ajusta para corregir cualquier error que hubiera habido en las expectativas de los agentes. Pese al aumento en el gasto público la demanda efectiva no cambia, la razón de esto es que el consumo de los viejos se redujo en el mismo monto que aumentó el gasto público. La razón de esto es que el consumo de los viejos disminuyó en la misma proporción en que se redujo el pago de la deuda pública pasada y la rentabilidad de su ahorro se ajustó por la tasa de rentabilidad de éste. Por lo que en este periodo existe un *crowding out* total del gasto público sobre el consumo privado, es decir, $\frac{dg_{t+1}}{d\lambda_t} = -\frac{dc_{2,t+1}}{d\lambda_t}$.

En este escenario la economía transita de un estado estacionario a otro, sólo que este último está caracterizado por un menor nivel de empleo, inversión, producción y deuda pública y un mayor gasto público. Adviértase que el consumo de los jóvenes se redujo en el primer periodo y el consumo de los viejos, en el segundo. Por lo que, ambos consumidores vieron sacrificado su bienestar en pro del pago de la deuda.

Los resultados presentados contrastan fuertemente con el obtenido por Rebelo (1990), según el profesor Rebelo la tasa impositiva al consumo no tiene ningún efecto sobre las trayectorias de la economía. La razón de esto es que la tasa impositiva al consumo no modifica el ingreso disponible de las familias y, por tanto, no altera su decisión de ahorro ni la acumulación de capital. Sin embargo, este resultado se sustenta en la premisa de que siempre hay pleno empleo, pero ante las enormes tasas de desempleo que actualmente viven las economías de mercado, ¿quién podría afirmar que ese sea un postulado plausible?

6. Conclusiones

En este artículo se mostró que disminuir la deuda pública a través de un incremento en el impuesto al consumo reduce la producción y el empleo, en el periodo en que se incrementa el impuesto. En los periodos siguientes al incremento del impuesto se observan tres escenarios posibles:

a) Si el pago de la deuda pública es menor a la disminución en el ahorro, entonces la economía se situará en una senda de decrecimiento, caracterizada por menores niveles de inversión y por la necesidad del gobierno de reducir sistemáticamente su gasto.

b) Si el pago de la deuda pública es mayor a la disminución en el ahorro, entonces la economía se situará en una senda de crecimiento sostenido, caracterizado por mayores niveles de inversión y una mayor capacidad del gobierno para aumentar su gasto.

c) Si el pago de la deuda pública es equivalente a la disminución del ahorro, entonces la economía se situará en un nuevo estado estacionario caracterizado por menores niveles de empleo y producción.

El primer escenario puede ofrecer una explicación sobre lo que está ocurriendo con las economías europeas que han sido sometidas a fuertes contracciones fiscales con la finalidad de reducir su deuda pública, y que actualmente enfrentan altas tasas de desempleo. Sin embargo, es necesario

generar evidencia estadística que corrobore si lo que está pasando en Europa corresponde a este escenario, siendo esto parte de la agenda pendiente de esta investigación.

Finalmente, es importante resaltar que a diferencia de los modelos propuestos por la NSN los cambios en los niveles de empleo no obedecen “al efecto riqueza”, es decir, no resultan de modificaciones en la oferta de trabajo ante cambios en la riqueza de los agentes. En el modelo aquí propuesto las empresas modifican el nivel de empleo para garantizar que su producción se ajuste a la demanda efectiva vigente. Así, siempre que la economía entre en una senda de recesión debido al incremento en los impuestos (escenario A) el incremento en el desempleo será involuntario.

Referencias

- Arestis, P. (2009), “New Consensus Macroeconomics: A Critical appraisal”. The Levy Economics Institute of Bard College. *Working Paper*, No. 564, pp. 1-26.
- Arestis, P., y M. Sawyer (2003), “Reinstating Fiscal Policy”, *Journal of Post Keynesian Economics*, 26:1, pp. 3-25.
- Argandoña, Gámez y Mochón (1996), *Macroeconomía Avanzada*, Vol. I y II, España, McGraw-Hill.
- Barro, R. (1989), “The Ricardian Approach to Budget Deficits”, *Journal of Economics Perspectives*, Vol. 3, No. 2, spring, pp. 37-54.
- Baxter, M., y R. King (1993), “Fiscal Policy in General Equilibrium”, *American Economic Review*, Vol. 83, pp. 315-334.
- Blanchard, Dell’Ariccia y Mauro (2010), “Rethinking Macroeconomic Policy”, *IMF Starr Position Note*, February No. 12, pp 1-19.
- Charpe, M., y S. Bridji (2012), “Labour Market and Fiscal Policy” Graduate Institute of International and Development Studies, *Working Paper*, No. 3, pp. 1-38.
- Clower, R. W. (1965), “The Keynesian counter-revolution: A theoretical appraisal” en Hahn y Brechling (eds) *The theory of interest rate*, Londres, MacMillan.
- Corsetti, Meier, and Müller (2009), “Fiscal Stimulus with Spending Reversals”, IMF Working paper.
- Debreu, Gerard (1973), *Teoría del Valor*, España, Antoni Bosch.
- Eggertsson, Gauti B. (2009), “What Fiscal Policy Is Effective at Zero Interest Rates?” *Federal Reserve Bank of New York Staff Report* 402.
- Fondo Monetario Internacional (2011), *Boletín Digital del FMI*, 20 de septiembre.

- Hahn, F., y R. Solow (1995), *A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory*. USA. MIT Press.
- Kalecki, Michal (1956), *Teoría de la Dinámica Económica*. México, DF, Fondo de Cultura Económica.
- Keynes, J. (1936), *Teoría General de la Ocupación el Interés y el Dinero*. México DF, Fondo de Cultura Económica.
- Klimovsky, A. (2000), "Modelos básicos de las teorías de los precios", *Cuadernos de Economía*, V. XIX, No. 32, pp. 77-103
- Krugman, P. (2012), *Acabad ya con esta crisis*, Crítica, España.
- Lasa, José (1997), *Deuda, Inflación y Déficit: Una perspectiva Macroeconómica de la Política Fiscal*, UAM, México, DF.
- Linnemann, L., y A. Schabert (2003), "Fiscal Policy in the New Neoclassical Synthesis", *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 35, No. 6, pp. 911-929
- Monacelli, T.; R. Perotti, y A. Trigari (2010), "Unemployment fiscal multiplier", in *Journal of Monetary Economics*, Vol. 14584, pp. 1-56.
- Neffa, J.; M. Félix, P. Pérez y D. Panigo (2006), *Teorías Económicas sobre el Mercado de Trabajo*. Vol.1 *Marxistas y Keynesianos*, Fondo de Cultura Económica, Argentina.
- Noriega, F. (1994), *Teoría del Desempleo, la Distribución y la Pobreza*. México, DF. Ariel.
- ____ (2001), *Macroeconomía para el Desarrollo: Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo*. México, DF, McGraw-Hill.
- ____ (2006), "Free Trade and Poverty", en Volbert A., and K. Hans-Helmut (eds.), *Global Divergence in Trade, Money and Policy*. Germany. Edward Elgar Publishing.
- Perotti, Roberto (2006), "Public Investment and the Golden Rule: Another (Different) Look," *IGIER Working Paper* No. 277.
- Rodríguez-Nava, Abigail (2005). *Desempleo Involuntario en Equilibrio General Competitivo*, Tesis doctoral, Universidad Autónoma Metropolitana.
- Velázquez Orihuela. D. (2009), *Teoría de la Dinámica de las Economías de Mercado: Un Modelo de Generaciones Traslapadas en el Marco Analítico de la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo*, tesis doctoral, Universidad Autónoma Metropolitana.
- Woodford, M. (2009), "Convergence in Macroeconomics: Elements of the New Synthesis", *American Economic Journal: Macroeconomics*, 1:1, pp. 267-279.
- Woodford (2011), "Simple Analytics of the Government Expenditure Multiplier", *American Economic Journal: Macroeconomics*, No. 3, January, pp. 1-35.

Anexo matemático

En este anexo se desarrolla la dinámica del modelo a partir de su recursividad.

Sustituyendo la ecuación (7) en (8) y ésta en (21), y resolviendo para i_t^* se obtiene:

$$l_t^* = \frac{(1-\beta-\gamma)}{\beta} \left(\frac{\hat{y}_{dt}}{k_t^\gamma} \right)^{\frac{1}{\beta}} \text{ (AI)}.$$

Sustituyendo (AI) en (6) resulta: $l_t = \frac{(1-\gamma)}{\beta} \left(\frac{\hat{y}_{dt}}{k_t^\gamma} \right)^{\frac{1}{\beta}}$ (AII) y $k_t = \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) \frac{w_t l_t}{1+r_t}$ (AIII).

Sustituyendo (6) y (7) en 8 se obtiene: $y_t = \left(\frac{\beta}{1-\gamma} l_t \right)^\beta k_t^\gamma$ (AIV).

Sustituyendo (AIII) en la definición de ganancia y ésta y (AIV) en (9), (10) y (11) se obtiene: $c_{1,t}^r = \alpha \left(\frac{1}{1+\lambda_t} \right) H_t$ (AV), $c_{2,t+1}^r = (1+r_{t+1})(1-\alpha)H_t$ (AVI) y $s_t^r = (1-\alpha)H_t$

(AVII) Donde $H_t = \left(\left(\frac{\beta}{1-\gamma} l_t \right)^\beta k_t^\gamma - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_t l_t \right)$.

Sustituyendo (AV) en la restricción presupuestal del gobierno, resulta: $g_t^r = \alpha \left(\frac{\lambda_t}{1+\lambda_t} \right) H_t + b_t - (1+r_t)b_{t-1}$ (AVIII).

Sustituyendo (AV), (AVI) y (AVIII) en la definición de demanda efectiva se tiene: $\hat{y}_{dt} = \alpha H_t + \frac{\gamma}{1-\gamma} w_t l_t + k_{t+1} + b_t$ (AIX).

Sustituyendo (AVII) y (AIII) en (14) se tiene: $\left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) \frac{w_{t+1} l_{t+1}}{(1+r_{t+1})} + b_t = (1-\alpha)H_t$ (AX).

Aplicando el operador de expectativas a (AVIII) y diferenciando con respecto a b_t y λ_t se obtiene: $\frac{db_t}{d\lambda_t} = -\frac{\alpha}{(1-\lambda_t)^2} E(H_t) < 0$ (AXI).

Aplicando el operador E a (AIX) y diferenciando con respecto a $E(\hat{y}_{dt})$ y b_t , y.

Sustituyendo (AXI) resulta $\frac{dE(\hat{y}_{dt})}{d\lambda_t} = \frac{db_t}{d\lambda_t} < 0$ (AXII) Obteniendo expectativas de (AV) y diferenciando con respecto a λ_t y considerando (AXII) se tiene la ecuación (25).

Aplicando el operador E a (AII) y diferenciando con respecto a $E(l_t)$ y λ_t , y considerando (25) se obtiene (26). Aplicado el operador de expectativas a (AX) y diferenciando con respecto a $(1+r_{t+1})$ y λ_t , y considerando que por (26) $E(l_t) = f(\lambda_t)$ se obtiene (22).

Diferenciando (AIII) con respecto a k_t y λ_t , y considerando que por (22) $(1+r_{t+1}) = j(\lambda_t)$, Se obtiene (27).

Diferenciando (AIX), y considerando que por (26) $E(l_t) = f(\lambda_t)$ y por (27) $k_{t+1} = g(\lambda_t)$, se obtiene (28).

Diferenciando (AII) con respecto a l_t y λ_t , y considerando que por (28) $\hat{y}_{d,t} = \varphi(\lambda_t)$, se obtiene (29).

Diferenciando (AIII) con respecto a g_t^r y λ_t , y considerando que por (29) $l_t = \varphi(\lambda_t)$, se obtiene (30).

Diferenciando A(X) con respecto a $(1+r_{t+2})$ y λ_t , considerando que $k_{t+1} = g(\lambda_t)$ y $E(l_{t+1}) = f(\lambda_t)$, se obtiene (31).

Diferenciando (AIII) con respecto a k_{t+2} y λ_t , y considerando (31), se obtiene (33).

Diferenciando (AIX) con respecto a $\hat{y}_{d,t+1}$ y λ_t , y considerando (33), se obtiene (34).

Diferenciando (AI) con respecto a l_{t+1} y λ_t , y considerando que por (27) k_{t+1} y por (33) $\hat{y}_{d,t+1} = \Omega(\lambda_t)$ se tiene:

$$\frac{dl_{t+1}}{d\lambda_t} = \frac{\frac{1}{\beta} \frac{l_{t+1}}{\hat{y}_{d,t+1}} \frac{d\hat{y}_{d,t+1}}{d\lambda_t} - \frac{\gamma l_{t+1}}{\beta k_{t+1}} \frac{dk_{t+1}}{d\lambda_t}}{1 - \frac{1}{\beta} \frac{l_{t+1}}{\hat{y}_{d,t+1}} \frac{d\hat{y}_{d,t+1}}{dl_{t+1}}} \leq 0. \text{ (AXIII). Para obtener (AXIII) es necesario sustituir (AI) en el resultado de la diferencial.}$$

Asumiendo que el denominador de (AXIII) es positivo de su numerador resulta (35). Adviértase que por la función de producción $\gamma = \eta_{k,y}$.

El denominador positivo de la ecuación (AXIV) resulta siempre que

$$\beta > \frac{l_{t+1}}{\hat{y}_{d,t+1}} \frac{d\hat{y}_{d,t+1}}{dl_{t+1}}$$

(AXV) Donde $\frac{l_{t+1}}{\hat{y}_{d,t+1}} \frac{d\hat{y}_{d,t+1}}{dl_{t+1}} = \frac{l_{t+1}}{\hat{y}_{d,t+1}} \left(\alpha \left(\beta \frac{y_{t+1}}{l_{t+1}} - \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+1} \right) \right)$ y $y_{t+1} = \left(\frac{\beta}{1-\gamma} l_{t+1} \right)^\beta k_{t+1}^\gamma$

(AXVI). La expresión (AXV) es cierta si y sólo si (24) se verifica.

Diferenciando (AVIII) con respecto a g_{t+1}^r y λ_t considerando que $k_{t+1}, l_{t+1}, (1+r_{t+1})$ y b_t están en función de λ_t y la expresión (AXVI) se obtiene (36).

Partiendo de que $c_{2,t+1}^r = (1+r_{t+1})s_t^r$ y sustituyendo (12) en esta expresión se tiene que $c_{2,t+1}^r = \frac{\gamma}{1-\gamma} w_{t+1} l_{t+1} + (1+r_{t+1})b_t$. Si la tasa de interés y el nivel de empleo no están en función de los impuestos resulta que $\frac{dc_{2,t+1}^r}{d\lambda_t} = (1+r_{t+1}) \frac{db_t}{d\lambda_t}$, lo que valida que en el escenario (c) se afirma que $\frac{dg_{t+1}^r}{d\lambda_t} = -\frac{dc_{2,t+1}^r}{d\lambda_t}$.